

## 1.8 Exercícios Propostos

### 1.8.1 Escolha Múltipla

**1.A.** A taxa bimestral equivalente a uma taxa efectiva anual de 12%, em regime de juro simples é de:

- a) 24%.
- b) 2%
- c) 1,907%
- d) Nenhuma das anteriores.

**1.B.** A taxa anual de capitalizações bimestrais de 12% é equivalente à seguinte taxa bimestral efectiva, em regime de juro composto:

- a) 2,000%.
- b) 12,616%
- c) 1,907%
- d) Nenhuma das anteriores.

**1.C.** A taxa anual de capitalizações trimestrais de 4,8% é equivalente à taxa quadrimestral de:

- a) 1,20 %
- b) 1,60 %
- c) 0,89 %
- d) Nenhuma das taxas anteriores.

**1.D.** Qual o prazo de aplicação de um capital de 35.000 €, para que acumule 52.039,26€ à taxa anual de 12%, em regime de juro composto.

- a) 35 anos.
- b) 3 anos.
- c) 42 meses.
- d) Nenhuma das anteriores.

**1.E.** O juro de uma aplicação de 30 000 € durante 3 meses à taxa semestral de 1,3%, em regime de juro composto, é de:

- a) 194,37 €
- b) 97,03 €
- c) 1 185,27 €
- d) Nenhuma das anteriores.

**1.F.** Considerando a taxa trimestral de 2,0%, durante quanto tempo terá que manter uma aplicação para que o capital de 15.000€ aumente 50%, em regime de juro simples?

- a) 25 meses.
- b) 75 meses.
- c) 6 anos.
- d) Nenhuma das anteriores.

**1.G.** Em regime de juro simples, durante quanto tempo tenho que manter um capital aplicado à taxa efectiva anual de 10%, de forma a conseguir duplicar o capital inicialmente aplicado?

- a) O mesmo que em regime de juro composto: 7 anos, 3 meses e 8 dias.
- b) Apenas consigo calcular sabendo o  $C_0$ .
- c) 120 meses.
- d) Nenhuma das soluções anteriores.

### 1.8.2 Resolução Longa

**1.1.** A empresa Zeta, SA aplicou €7000,00 durante 4 anos à taxa anual de 8%. Calcular nos regimes de juro simples e de juro composto:

- a) O valor acumulado no fim do prazo;
- b) O juro total produzido pelo investimento;
- c) O juro produzido no último ano do investimento.

**1.2.** O Sr. Tomás fez uma aplicação de 18 000,00 euros durante cinco anos e meio. Sabendo que a taxa semestral é de 2%, calcule o valor acumulado e o juro total no final do prazo.

- a) Em Regime de Juro Simples.
- b) Em Regime de Juro Composto.

**1.3.** O Sr. Tobias aplicou ontem 65 350,00 € num produto financeiro que garante uma taxa semestral de 4,6% (Regime de Juro Simples). Durante quanto tempo deverá o Sr. Tobias manter aquela aplicação, para conseguir um juro total de 25 000,00 €?

**1.4.** Determine o valor acumulado de um capital de 11 000,00 € aplicado em regime de juro simples nas seguintes condições:

- a) 3 anos à taxa anual de 3%;
- b) 8 anos e meio, à taxa semestral de 1,9%;
- c) 110 dias à taxa trimestral de 4% (ano civil);
- d) 190 dias à taxa quadrimestral 6% (ano civil);
- e) 10 meses à taxa mensal de 0,9% (ano comercial).

**1.5.** O Sr. João vai aplicar as suas economias durante o prazo de 4 anos, à taxa anual de 3,7% em regime de juro simples.

- a) Sabendo que no final do prazo o Sr. João terá a quantia de 37 597,00€, qual o valor das economias inicialmente aplicadas?
- b) Se, alternativamente, a taxa anual fosse de 4,2%, durante quanto tempo teria que ser feita uma aplicação para se obter 40 315,25 € de valor acumulado?

**1.6.** Uma dívida de 42 000,00 euros vai ser liquidada de uma só vez (capital e juros) ao fim de 4,5 anos e vence juros às seguintes taxas anuais:

- ▶ 7,5% no 1º ano;
  - ▶ 5% no 2º ano e
  - ▶ 4% a partir do 3º ano (inclusive).
- a) Calcule o valor a pagar no fim do prazo, considerando o regime de juro simples.
  - b) Calcule novamente o valor a pagar no fim do prazo, usando o regime de juro composto.

**1.7.** Um capital de 15 600,00 € foi aplicado em juro composto à taxa anual de 9%, tendo no final de um determinado prazo o valor acumulado de 20 500,00 euros.

Determine o prazo de colocação do capital (em anos, meses e dias).

**1.8.** Um capital de 14 000,00 € foi aplicado em regime de juro composto, às seguintes taxas:

- ▶ 8% ao ano, nos dois últimos anos da aplicação;
- ▶ 10% ao ano, nos primeiros anos de aplicação.

O valor acumulado produzido foi de 21 734,70 €.

Determine o prazo de colocação do capital.

**1.9.** Para as taxas apresentadas, calcule as taxas proporcionais ou equivalentes, em regime de juro simples:

- a)  $i_A = 12\% \Rightarrow i_S = ?$
- b)  $i_T = 1,2\% \Rightarrow i_A = ?$
- c)  $i_M = 0,25\% \Rightarrow i_{8M} = ?$
- d)  $i_{2A} = 12,6\% \Rightarrow i_Q = ?$
- e)  $i_T = 4\% \Rightarrow i_Q = ?$
- f)  $i_B = 1,8\% \Rightarrow i_{7M} = ?$

**1.10.** Face às taxas apresentadas, calcule as taxas equivalentes, em regime de juro composto:

- a)  $i_T = 2,1\% \Rightarrow i_Q = ?$
- b)  $i_A = 6,4\% \Rightarrow i_A^{(4)} = ?$
- c)  $i_A^{(2)} = 8\% \Rightarrow i_S = ?$
- d)  $i_S = 4,7\% \Rightarrow i_Q = ?$
- e)  $i_A^{(3)} = 9\% \Rightarrow i_A = ?$
- f)  $i_T^{(3)} = 1,8\% \Rightarrow i_Q = ?$
- g)  $i_S^{(2)} = 6,2\% \Rightarrow i_A^{(3)} = ?$

**1.11.** Calcular as seguintes taxas equivalentes à taxa quadrimestral de 6%, em regime de juro composto:

- a) Semestral;
- b) Trimestral;
- c) Quadrimestral convertível mensalmente;
- d) Anual convertível trimestralmente;
- e) Mensal;
- f) Instantânea Anual;

**1.12.** Calcular as seguintes taxas equivalentes à taxa semestral com capitalizações trimestrais de 8%, em regime de juro composto:

- a) Quadrimestral;
- b) Anual;
- c) Trimestral convertível mensalmente;
- d) Anual convertível semestralmente;
- e) Instantânea Quadrimestral.

**1.13.** A empresa Sigma, Lda. investiu um capital em regime de juro composto, à taxa fixa anual efectiva de 21%, durante 4 anos. A aplicação vence juros semestrais.

- a) Determine a taxa trimestral efectiva deste investimento.
- b) Calcule a taxa nominal anual deste investimento.
- c) Sabendo que o juro vencido no final do 2º semestre do 2º ano foi de 931,70 €, calcule o valor inicialmente investido pela empresa.

**1.14.** O Sr. Tito pretende aplicar 50 000,00 € num depósito a prazo durante 15 meses e tem as seguintes alternativas:

- ▶ Banco X: capitalização trimestral de juros, à taxa anual nominal de 8%
- ▶ Banco Y: taxa efectiva semestral 4%

Calcular:

- a) O valor acumulado que o Sr. Tito terá ao fim de 15 meses em cada alternativa;
- b) As taxas anuais efectivas em ambas as alternativas.

**1.15.** O Sr. Santos decidiu aplicar 35 000,00 €, distribuindo o capital por diferentes contas com características diferentes, sendo umas em regime de juros simples e outras em regime de juros compostos. Os dados que lhe foram disponibilizados mostram aspectos diferentes para cada uma das contas, de acordo com o quadro apresentado de seguida:

Contas	Capitais	Período	Taxas Efectivas Anuais	Juros Totais da Aplicação	Regime de Juros
A	10 000,00 €	2 anos		712,25 €	Compostos
B	4000,00 €		4%	480,00 €	Simple
C		3 anos	2,5%		Simple
D	12 500,00 €	6 meses	4,5%		Compostos
<b>TOTAL</b>	35 000,00 €	-	-	-	-

- a) Preencha as quadrículas sombreadas.
- b) Se as contas fossem de renovação automática, ou seja, após o final dos períodos de aplicação definidos acima poderiam ser renovadas por períodos semelhantes, calcule o valor acumulado total (das quatro contas) no final de 6 anos.
- c) Alternativamente à alínea anterior, seria mais vantajoso fazer uma aplicação de todo o capital em regime de juros compostos, durante o mesmo período e com a taxa efectiva trimestral de 0,75%? Justifique.

**1.16.** Em regime de juro composto, durante quanto tempo se deve manter um capital de €1500,00 aplicado à taxa efectiva anual de 7,5%, para que o seu valor acumulado seja igual ao valor acumulado da aplicação de 1800,00 €, pelo mesmo período de tempo, à taxa efectiva anual de 5,0778%?

**1.17. (E)** On 2/11/2007 Tom invests \$1000,00 at 5% per annum (Simple Interest). Find the interest and the future value of the investment on 2/4/2009.

**1.18. (E)** When Thomas was born, his grandfather bought him a \$250 savings bond that paid 5% per annum (Compound Interest). When John started college at age 18, he cashed in the savings bond. How much did John get?

**1.19. (E)** On February 3<sup>rd</sup> Vicky lends her brother James \$10 000,00. James pays off the loan on October 3<sup>rd</sup> with \$11 000,00. Find the annual percentage rate (Simple Interest).

**1.20. (E)** On 1/9/2003 you borrow \$5000,00 at  $i_A^{(2)} = 6\%$  and on 1/3/2005 you pay \$3000,00. At that time what is your outstanding balance?

**1.21. (E)** On 1/1/2003 you make a deposit of \$7000,00 at 8% into a money account that pays interest on 1/1/2004 (Simple Interest). On 1/8/2003 you need \$5000,00 to pay off a school bill and you find a broker on e-commerce.com that will lend you money at 12%. Should you get the loan or should you withdraw the money from your money account? How much do you save using the best method? Explain your solution.

Rules for your decision:

- ▶ If you withdraw any part of the money in your account early, you will lose all of the interest on the part withdrawn.
- ▶ You can repay the loan after the money market account pays its interest since you can withdraw the required money without penalty.
- ▶ Compute all interests with maturity date 1/1/2004.

**1.22. (E)** Natasha is considering an investment that she consider to be worth \$25 000,00 in 10 years. What should she pay for this investment in she desires  $i_A^{(4)} = 9\%$  on her money? What is the compound discount?



## 1.9 Soluções dos Exercícios

### 1.9.1 Escolha Múltipla

Problema	Solução	Problema	Solução
1.A	b)	1.E	a)
1.B	a)	1.F	b)
1.C	b)	1.G	c)
1.D	c)		

### 1.9.2 Resolução Longa

Problema	Solução
1.1.	<b>Reg. Juro Simples</b>
a)	9240,00€
b)	2240,00€
c)	560,00€
	<b>Reg. Juro Composto</b>
a)	9523,42€
b)	2523,42€
c)	705,44€

---

Problema		Solução
1.2.	a)	$C_n=21\ 960,00\text{€}$ e $J_n = 3960,00\text{€}$
	b)	$C_n=22\ 380,74\text{€}$ e $J_n = 4380,74\text{€}$
1.3.	Aprox. 4 anos 1 mês e 27 dias	
1.4.	a)	11 990,00€
	b)	14 553,00€
	c)	11 530,41€
	d)	12 030,68€
	e)	11 990,00€
1.5.	a)	32 750,00€
	b)	5 anos e 6 meses
1.6.	a)	51 450,00€
	b)	52 291,42€
1.7.	3 anos, 2 meses e 1 dia	
1.8.	5 anos	
1.9.	a)	$i_S = 6,0\%$
	b)	$i_A = 4,8\%$
	c)	$i_{8M} = 2,0\%$
	d)	$i_Q = 2,1\%$
	e)	$i_Q = 5,33\%$
	f)	$i_{7M} = 6,3\%$

Problema		Solução
1.10.	a)	$i_Q = 2,8097\%$
	b)	$i_A^{(4)} = 6,2518\%$
	c)	$i_S = 4,0\%$
	d)	$i_Q = 3,1093\%$
	e)	$i_A = 9,2727\%$
	f)	$i_Q = 2,4217\%$
	g)	$i_A^{(3)} = 12,4636\%$
1.11.	a)	9,1337%
	b)	4,4671%
	c)	5,8695%
	d)	17,8683%
	e)	1,4674%
	f)	17,4807%
1.12.	a)	5,3686%
	b)	16,9859%
	c)	3,9478%
	d)	16,320%
	e)	5,2294%
1.13.	a)	4,8809%
	b)	20%
	c)	7 000,00€

Problema		Solução
1.14.	a)	55 204,04€ vs 55 151,00€
	b)	8,2432% vs 8,16%
1.15.	a)	Conta A $\Rightarrow i_A = 3,5\%$ Conta B $\Rightarrow n_B = 3$ anos Conta C $\Rightarrow C_0 = 8500,00 \text{ €}$ $J = 637,50 \text{ €}$ Conta D $\Rightarrow J = 278,16 \text{ €}$
	b)	$C_n = 43305,80 \text{ €}$
	c)	Não, porque $C_n = 41 874,47 \text{ €}$
1.16.		8 anos
1.17.	(E)	$I = \$70,83$ $S = \$1070,83$
1.18.	(E)	$S = \$601,65$
1.19.	(E)	$i_A = 15\%$
1.20.	(E)	Balance after paying \$3000,00 = \$2463,64
1.21.	(E)	Option 1: Use the loan $\rightarrow$ Net gain = \$310,00 Option 2: Withdraw \$5000,00 $\rightarrow$ Net gain = \$160,00
1.22.	(E)	$P = \$10 266,14$ Compound Discount = \$14 733,86

## 2.10 Exercícios Propostos

### 2.10.1 Escolha Múltipla

**2.A.** Calcule a taxa média de uma aplicação que prevê investir um determinado capital em regime de juro simples, durante um total de 5 anos, sendo as taxas efectivas anuais de aplicação: nos primeiros dois anos  $i_A=5,1\%$ ; no terceiro ano o  $i_A=4,3\%$ ; nos dois últimos anos  $i_A=6,5\%$ .

- a) 5,300%
- b) 5,496%
- c) 5,500%
- d) Os dados não me permitem calcular a taxa média.

**2.B.** A empresa Sigma, Lda. terá que pagar a um credor 25 000,00 €, daqui a 9 meses, por conta da instalação de um novo equipamento industrial. Se, em alternativa, o credor propuser o pagamento antecipado para daqui a 3 meses, considerando uma taxa efectiva mensal de 1%, qual deverá ser o valor a pagar considerando o regime de juro composto?

- a) 23 551,13 €
- b) 23 623,85 €
- c) 23 423,61 €
- d) Nenhuma das anteriores.

**2.C.** Qual o valor actual de três capitais no valor de 5.000 €, 10 000 € e 15.000 € a receber, respectivamente, daqui a 6, 8 e 10 meses, em regime de juro composto, e utilizando a taxa nominal anual de capitalizações mensais de 7,8%?

- a) 30 000,00 €
- b) 31 734,20 €
- c) 28 363,21 €
- d) Nenhuma das anteriores.

**2.D.** A empresa Delta, Lda. terá que pagar a um credor 75 000,00 €, daqui a 1 ano, por conta da instalação de um novo equipamento industrial. Se, alternativamente, o credor propuser o pagamento antecipado para daqui a 6 meses, considerando uma taxa efectiva bimestral de 1,2%, qual deverá ser o valor a pagar considerando o regime de juro simples e o momento zero como data de referência?

- a) 72 363,53 €
- b) 72 481,34 €
- c) 72 199,17 €
- d) Nenhuma das anteriores.

**2.E.** Considere o regime de juro composto e uma taxa de juro efectiva semestral de 5%. Pode afirmar-se que o pagamento de três capitais no valor individual de 10.000,00€ localizados cada um respectivamente, nos próximos três anos seguintes corresponde ao pagamento de dois capitais, cada um no valor de 13.315,76€ e em cada um dos próximos dois semestres? Considere valores aproximados.

- a) Pode, porque o valor actual de ambos os conjuntos de capitais é de 24 759,47 € (aprox.)
- b) Não, pois a soma dos valores de cada conjunto de capitais é diferente.
- c) Não, pois para que fossem equivalentes as prestações semestrais tinham que ter o valor de 12 379,74 €.
- d) Nenhuma das anteriores.

**2.F.** Considere que a empresa Alfa, S.A. pensa vir a investir 3000,00 €, 2000,00 € e 1000,00 € daqui a, respectivamente, 1, 2 e 3 anos. Os prazos de aplicação serão de 3, 2 e 1 anos, e as taxas de aplicação anuais serão igualmente de 3%, 2% e 1%, respectivamente, para cada um dos capitais referidos. Qual a taxa média das aplicações, considerando que as mesmas serão feitas em regime de juro simples?

- a) 2,57%
- b) 2,33%
- c) 2,00%
- d) Nenhuma das anteriores.

## 2.10.2 Resolução Longa

**2.1.** O pai de duas crianças, uma de cinco e outra de oito anos, distribuiu hoje, em contas separadas, a quantia de 10 000,00 € em regime de juro composto à taxa fixa de 6% ao quadrimestre.

Este depósito reverte a favor dos dois filhos de tal modo que, na data em que cada um atingir a maioridade (18 anos), receberá em valor absoluto uma quantia igual à do outro irmão.

Considerando que os aniversários se verificam em igual dia e mês, e que o depósito foi feito na data dos aniversariantes, determine:

- a) A taxa efectiva anual.
- b) O valor aplicado em cada uma das contas.
- c) O valor que receberá cada filho.

**2.2.** Uma dívida, contraída à taxa de juro semestral de 5%, vai ser paga através dos três pagamentos seguintes, de capital e juros:

- ▶ Daqui a 3 meses, 3500,00 €;
- ▶ Daqui a 9 meses, 5800,00 €;
- ▶ Daqui a 15 meses, 9300,00 €.

Calcule o valor da dívida em cada uma das seguintes modalidades:

- a) Juro simples ;
- b) Juro composto.

**2.3.** A empresa Lambda, S.A. contraiu uma dívida, à taxa quadrimestral de 3%, que deverá ser paga em três pagamentos, de capital e juros, iguais a 3000, 4000 e 5000 euros, vencíveis a 1, 2 e 3 anos, respectivamente, contados a partir da data do empréstimo.

Todavia, passado ano e meio da data do empréstimo, e não tendo sido efectuado o pagamento da 1ª prestação, as partes contratantes acordaram na liquidação total da dívida. Assim, pretende-se calcular o valor que deverá ser pago pelo devedor em cada uma das seguintes hipóteses:

- a) Considerando o regime de juro simples (desconto por dentro) e o momento 0 como data de referência;

- b) Considerando o regime de juro simples (desconto por fora) e o momento 0 como data de referência;
- c) Considerando o regime de juro composto;
- d) Considere agora que não se sabe qual a data de realização do contrato, mas apenas os momentos de pagamento. Ainda assim, ambas as partes pretendem calcular o valor a pagar na data actual (ano 1,5), tomando esta data como o momento de referência e considerando o regime de juro simples (desconto por dentro).

**2.4.** A empresa Capa-Fi, Lda contraiu uma dívida de 15 000,00 €, à taxa quadrimestral de 4%, que pretende liquidar da seguinte maneira:

- ▶ 3000,00 € daqui a 4 meses
- ▶ 6000,00 € daqui a 8 meses
- ▶ e o restante daqui a 20 meses.

O valor dos pagamentos inclui os respectivos juros.

Calcular o valor do último pagamento considerando o regime de juro composto.

**2.5.** A empresa Lusa pretende aplicar 7000,00 € pelo prazo de 3 anos. Foram-lhe propostas as seguintes alternativas, em regime de juro composto:

O Banco Alfa oferece as seguintes taxas de juro anuais:

- ▶ 1º ano: 5,5%;
- ▶ 2º ano: 4,25%;
- ▶ 3º ano: 3,75%;

O Banco Beta oferece uma taxa de juro anual de 4,5% constante para os 3 anos.

- a) Qual a proposta mais vantajosa para a empresa?
- b) Se a empresa pretender obter um total em juros de 1103,38 € e uma taxa constante durante os três anos, qual deverá ser essa taxa?
- c) Se a empresa aceitar a proposta do Banco Beta, qual o prazo necessário para duplicar o capital investido?
- d) Se o objectivo da empresa for obter um valor acumulado de 10 000,00 € daqui a três anos e optar pela proposta do Banco Beta, quanto terá de investir hoje?

**2.6.** A empresa Psi, S.A. tinha a receber as seguintes quantias de um cliente:



- ▶ 3000,00 € em 1/1/2007;
- ▶ 10 500,00 € em 1/4/2007;
- ▶ 4500,00 € em 1/7/2008.

A dívida foi calculada com base numa taxa de juro anual de 15% em regime de juro composto.

- a) Determine o valor inicial da dívida em 1/10/2006.
- b) Se em substituição das quantias indicadas o cliente propuser pagar 16 500,00 € de uma só vez, quando deveria fazê-lo?
- c) Se a empresa tivesse recebido 19 500,00 € em 1/7/2007, qual a taxa de juro implícita?

**2.7.** A empresa Ómega pretende aplicar 3000,00 €, pelo prazo de 4 anos, às seguintes taxas efectivas anuais:

- ▶ 1º ano: 6%;
- ▶ 2º ano: 5,25%;
- ▶ 3º ano: 3,75%; e
- ▶ 4º ano: 4,5%.

Calcular:

- a) O valor acumulado em regime de juro simples;
- b) O valor acumulado em regime de juro composto;
- c) A taxa média anual equivalente às quatro taxas, em regime de juro simples;
- d) A taxa média anual equivalente às quatro taxas, em regime de juro composto.

**2.8.** A empresa Épsilon pretende aplicar, nas seguintes datas, os seguintes capitais em euros, pelos seguintes prazos e às seguintes taxas efectivas anuais:

Data de Aplicação	Capital	Taxa (em %)	Prazo (em anos)
Hoje	3000,00 €	6	4
Daqui a 1 ano	5000,00 €	5	3
Daqui a 2 anos	7000,00 €	4,5	2

Calcular:

- O valor acumulado em regime de juro simples;
- O valor acumulado em regime de juro composto;
- A taxa média anual equivalente às três taxas, em regime de juro simples;
- Indique a expressão que permitiria calcular a taxa média anual equivalente às três taxas, em regime de juro composto.

**2.9.(E)** At 8,0% per annum, what one amount of money in one year is equivalent to 1000 € now and 1500 € in 4 months (simple interest and  $D_d$ ):

- use today as the focal date;
- use 4 months as the focal date, since you do not know what is the contract date;
- use 1 year as the focal date, since you do not know what is the contract date.

**2.10.(E)** Mrs. Lemon owes 25 000,00 € in two years and 30 000,00 € in five years. What is the today cash equivalent of these two amounts if  $i_A=4,1\%$  (compound interest)?

## 2.11 Soluções dos Exercícios

### 2.11.1 Escolha Múltipla

Problema	Solução	Problema	Solução
<b>2.A</b>	c)	<b>2.D</b>	b)
<b>2.B</b>	a)	<b>2.E</b>	a)
<b>2.C</b>	c)	<b>2.F</b>	a)

### 2.11.1 Resolução Longa

Problema	Solução
<b>2.1.</b> a)	19,1016%
b)	$C0_A=3718,2€$ e $C0_B=6281,8€$
c)	$\approx 36.079,5€$
<b>2.2.</b> a)	17 076,65€
b)	16 915,00€
c)	17 038,42€
<b>2.3.</b> a)	11 439,81€
b)	11 167,63€
c)	11 339,79€
d)	11 368,04€

Problema		Solução
2.4.	a)	7871,78€
	b)	8250,00€
	c)	7991,02€
2.5.	a)	Para Alfa: 7987,57€; para Beta: 7988,16€
	b)	5,0%
	c)	15 anos, 8 meses e 29 dias
	d)	8762,97€
2.6.	a)	16 211,93€
	b)	Dia 16/11/2006
	c)	27,92%
2.7.	a)	3585,00€
	b)	3628,72€
	c)	4,875%
	d)	4,8716%
2.8.	a)	17 100,00€
	b)	17 219,73€
	c)	5,1219%
	d)	$17 219,73 = 3000(1+i)^4 + 5000(1+i)^3 + 7000$
2.9.(E)	a)	2657,92 €
	b)	2661,42 €
	c)	2660,00 €
2.10.(E)		47 09,13 €

### 3.10 Exercícios Propostos

#### 3.10.1 Escolha Múltipla

**3.A.** A empresa Ómega, Lda. pretende substituir um contrato que previa o pagamento de mais 32 prestações mensais no valor de 750,00 €, pelo pagamento imediato da totalidade da dívida. Sabendo que hoje seria a data de pagamento da primeira daquelas prestações em falta e que a taxa de juro mensal é de 0,5%, calcule o valor a pagar para que nem a empresa Ómega nem o respectivo credor fiquem prejudicados.

- a) 24 000,00 €
- b) 22 127,46 €
- c) 22 238,10 €
- d) Nenhum dos valores anteriores.

**3.B.** Sabe-se que o valor actual de uma renda com 12 prestações mensais é de 15 551,97€, considerando uma taxa efectiva mensal de 2%. Que solução permitiria duplicar o valor actual da renda?

- a) Utilizar uma taxa efectiva mensal de 1%.
- b) Duplicar o número de prestações.
- c) Duplicar o valor de cada termo.
- d) Os dados fornecidos não permitem responder à questão.

**3.C.** O Sr. Costa recebeu uma herança de um tio afastado que se traduz numa prestação vitalícia de 2 000,00 €/ano, sendo o primeiro recebimento daqui a um ano. Se a taxa de juro anual se mantiver constante, e assumir o valor de 12,5%, o valor actual da herança é de :

- a) 250,00 €
- b) 16 000,00 €
- c) 18 000,00 €
- d) Nenhum dos valores anteriores.

**3.D.** O Sr. Gaspar recebeu um prémio num sorteio de um banco, que se traduz numa prestação mensal de 1000,00 € durante o prazo de dois anos, sendo a primeira prestação paga daqui a dois meses. Se a taxa de juro efectiva anual se mantiver constante, e assumir o valor de 6,16778%, o valor acumulado no final do contrato será de :

- a) 22 450,61 €
- b) 25 431,96 €
- c) 22 562,87 €
- d) Nenhum dos valores anteriores.

**3.E.** A Sociedade Lambda, S.A. contraiu uma dívida no valor de 27 500,00 euros, cuja liquidação será efectuada através do pagamento de 15 prestações bimestrais à taxa nominal anual de capitalizações bimestrais de 7,8%. Sabendo que a primeira prestação foi paga na data do contrato, calcule o valor das prestações.

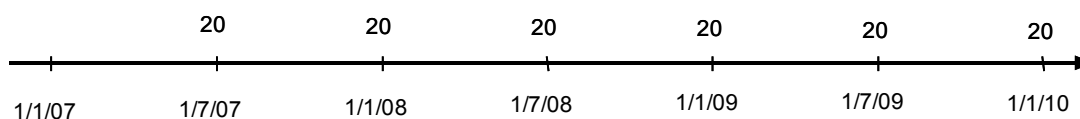
- a) 2145,00 €
- b) 2029,74 €
- c) 2003,69 €
- d) Nenhum dos valores anteriores.

**3.F.** A empresa Psi-Fi, Lda. adquiriu um equipamento cuja liquidação será garantida pelo pagamento de 8 prestações semestrais (capital e juros) no valor de 420,00 euros, sendo a primeira prestação paga 1 ano após o contrato. Sabendo que a taxa de juro efectiva trimestral associada à operação é de 3%, calcule o valor de aquisição do equipamento.

- a) 2862,40 €
- b) 2449,66 €
- c) 2598,85 €
- d) Nenhum dos valores anteriores.

### 3.10.2 Resolução Longa

**3.1.** Considere a seguinte renda, em milhares de euros:



Tomando como momento de referência o dia 1 de Janeiro de 2007, e a taxa efectiva semestral de 1,5%, em Regime de Juro Composto, resolva as alíneas seguintes:

- Classifique esta renda, se for de termos postecipados.
- Classifique esta renda, se for de termos antecipados.
- Calcule o valor actual da renda no dia 1 de Janeiro de 2007.
- Qual o valor acumulado da renda no dia 1 de Janeiro de 2010?

**3.2.** A empresa de transportes Rod-Alfa, Lda. tem a receber, por via dum contrato, 6 termos anuais no valor de 10 000 € por ano. Considerando a taxa efectiva semestral de 2% e o Regime de Juro Composto, calcule o valor actual:

I) Sem utilizar o conceito de renda:

- Se o primeiro termo se vencer daqui a um ano;
- Se o primeiro termo se vencer daqui a 2 anos;
- Se o primeiro termo se vencer hoje.

II) Utilizando o conceito de renda:

- Se o primeiro termo se vencer daqui a um ano;
- Se o primeiro termo se vencer daqui a 2 anos;
- Se o primeiro termo se vencer hoje.

**3.3.** A empresa BetaSol, S.A. irá receber 8 pagamentos anuais de 800 € cada, vencendo-se no final de cada ano. Considerando a taxa de juros anual e constante de 4% e o regime de juros compostos, calcule:

- a) o valor actual se o primeiro termo se vencer daqui a um ano;
- b) o valor acumulado se o primeiro termo se vencer daqui a um ano, mas sem usar a expressão do valor acumulado;
- c) o valor acumulado se o primeiro termo se vencer daqui a um ano, usando a expressão do valor acumulado;
- d) o valor acumulado se o primeiro termo se vencer daqui a três anos, usando as expressões de rendas;
- e) o valor actual se o primeiro termo se vencer daqui a três anos, usando as expressões de rendas.

**3.4.** A empresa Petro-Psi, S.A. tem em dívida com o banco BBB os seguintes capitais:

- ▶ 2000 € a pagar daqui a 6 meses;
  - ▶ 3000 € a pagar daqui a 1 ano;
  - ▶ 4000 € a pagar daqui a 1,5 anos;
  - ▶ 5000 € a pagar daqui a 2 anos.
- a) Aqueles capitais constituem uma renda? Justifique.
  - b) Se a Petro-Psi pretendesse liquidar hoje as dívidas, quanto deveria pagar considerando a taxa de juro efectiva anual de 4% e o Regime de Juro Composto?
  - c) Qual o valor a pagar, se a empresa pretendesse pagar todas as dívidas daqui a 2 anos, considerando a mesma taxa de juro e o regime de juro composto?
  - d) Calcule o valor a pagar daqui a dois anos, considerando aquela renda como de termos variáveis.

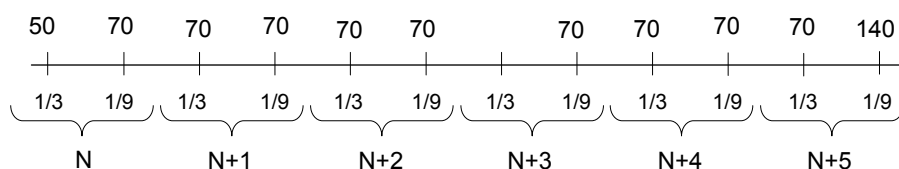
**3.5.** Considere as três rendas abaixo indicadas que se encontram reportadas ao mesmo momento de referência:

- ▶ Renda inteira, temporária, imediata, com 6 termos antecipados, semestrais e constantes, no valor de 90 euros cada;
- ▶ Renda inteira, temporária, diferida de 5 períodos, com 4 termos normais, semestrais e constantes, no valor de 90 euros cada;
- ▶ Renda inteira, infinita, diferida de 9 períodos, com termos antecipados, semestrais e constantes, no valor de 90 euros cada.

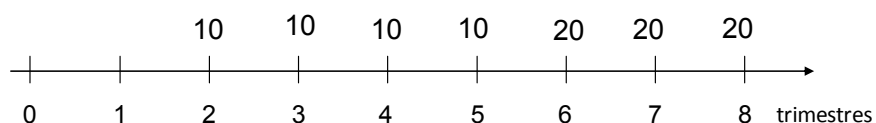


Com uma taxa de juro efectiva de 4% ao semestre e com a ajuda de um diagrama cronológico onde constem as referidas rendas, calcule o valor actualizado destas na data de referência.

**3.6.** Recorrendo ao que aprendeu sobre rendas, calcule o valor actualizado em 1-3-N do conjunto de capitais abaixo indicado, utilizando uma taxa de juro de 12% anual convertível semestralmente.



**3.7.** A Sociedade Lusitana deve os seguintes valores (valores em milhares de euros):



A taxa semestral efectiva vigente no 1º ano é de 12,36% e a partir daí é de 10,25%.

- Calcule o valor da dívida no início.
- A empresa só pagou as 3 primeiras prestações, tendo suspenso todos os pagamentos seguintes. Passados 10 trimestres do início, por acordo entre as partes, liquidou a totalidade da dívida com os respectivos juros. Determine o montante pago pela empresa nessa data.

**3.8.** A Sociedade K-Capa, S.A. deposita mensalmente, no final de cada mês e durante 5 anos, a quantia de €500. Os depósitos, em regime de juro composto, vencem juros às seguintes taxas anuais convertíveis mensalmente:

- ▶ nos primeiros 2 anos à taxa de 9%
- ▶ no restante prazo à taxa de 6%.

Calcule o valor capitalizado no final dos 5 anos:

- Imediatamente após a empresa ter efectuado o último depósito
- Imediatamente antes da empresa efectuar o último depósito.

**3.9.** A Sra. Luísa Lopes contraiu uma dívida no valor de 14 000 € que vai ser liquidada através de 8 pagamentos trimestrais constantes, de capital e juros, no valor de 2000 € cada um, sendo o primeiro efectuado na data do contrato. Indique a equação que permite determinar a taxa de juro trimestral contratada.

**3.10.** A empresa Ómega-Cloc, Lda pretende contrair uma dívida no valor de 90 000 € e possui as seguintes alternativas para a sua amortização:

- a) Pagamento de 15 prestações quadrimestrais e iguais, de capital e juros, vencendo-se a primeira 8 meses após o início do contrato, com juros à taxa anual com capitalizações quadrimestrais de 9%;
- b) Pagamento de 6 prestações anuais e iguais, de capital e juros, vencendo-se a primeira 15 meses após o início do contrato, com juros à taxa semestral de 5%;
- c) Pagamento de 20 prestações trimestrais e iguais, de capital e juros, vencendo-se a primeira 9 meses após o início do contrato, com juros à taxa anual convertível trimestralmente de 8%.
- d) Pagamento de 60 prestações mensais e iguais, de capital e juros, vencendo-se a primeira na data do contrato, com juros contados à taxa semestral convertível mensalmente de 6%.

Calcule o valor da prestação para cada alternativa.

**3.11.** O Sr. Agostinho Santos contraiu uma dívida de 20 000 €, cuja liquidação será feita através de semestralidades iguais (capital e juros), no valor de 1800 € cada uma, calculadas à taxa anual efectiva de 12,36%. A primeira prestação vence-se um ano após a data do contrato.

- a) Determine o número de semestralidades a pagar para a total amortização da dívida.
- b) A solução da alínea anterior não corresponde a um número inteiro, pelo que ficou acordado acertar o pagamento da dívida com a última prestação. Calcule o valor que deverá ter a última prestação para que não haja prejuízo para qualquer das partes.

**3.12.** Uma dívida vai ser liquidada através de 18 pagamentos trimestrais constantes, de capital e juros, no valor de 2500 € cada, vencendo-se o primeiro 6 meses após o início do contrato.

As taxas de juro a vigorar, contratadas inicialmente, são:

- ▶ Taxa semestral de 12% com capitalizações trimestrais, nos primeiros 2 anos;
- ▶ Taxa semestral efectiva de 10,25% nos restantes períodos

Calcule o valor da dívida quando foi contraída.

**3.13.** A empresa Delta adquiriu um equipamento que poderá ser pago através das seguintes hipóteses:

- ▶ **Hipótese A** - Renda com 6 mensalidades, em progressão aritmética crescente, tendo o primeiro termo o valor de 500,00 €, e sendo a razão de 50,00 €. A primeira prestação será paga daqui a um mês e a taxa nominal anual de capitalizações mensais considerada é de 9,6%.
- ▶ **Hipótese B** - Renda com 4 trimestralidades, em progressão aritmética decrescente, tendo o último termo o valor de 800,00 €, e sendo a razão de 100,00 €. A primeira prestação será paga daqui a três meses e a taxa nominal anual de capitalizações trimestrais considerada é de 10,0%.
- ▶ **Hipótese C** - Renda com 5 semestralidades, em progressão geométrica, tendo o primeiro termo o valor de 400,00 € e crescendo as prestações à razão 1,25. A primeira prestação será paga daqui a seis meses e a taxa semestral considerada é de 5,0%.

Se tivesse que optar pela hipótese mais vantajosa (menor valor actual ), qual escolheria?

**3.14.** A empresa de recolha e tratamento de resíduos GreenDelta adquiriu recentemente uma nova máquina compactadora. Para o pagamento da mesma, a empresa fornecedora propôs-lhe as 3 hipóteses de pagamento apresentadas de seguida:

- ▶ **Hipótese 1** – Pagamento de 8 prestações mensais imediatas e postecipadas, crescentes em progressão aritmética, com o primeiro termo de 1.000€ e razão 500€;
- ▶ **Hipótese 2** – Pagamento imediato de 5000 € e 4 prestações quadrimestrais postecipadas e imediatas de 4500 €;
- ▶ **Hipótese 3** – Pagamento de 8 prestações trimestrais e postecipadas de 2.800€, após um diferimento inicial de 6 meses;

Qual é a hipótese que lhe parece mais vantajosa para a empresa, fazendo os cálculos em regime de juro composto e sabendo que a taxa de juro efectiva semestral é de 6% durante o primeiro ano e de 8% durante o restante período.

**3.15.** Considere uma taxa de juro anual com capitalizações trimestrais de 8%. Sabe também que são equivalentes os valores actuais dos dois seguintes conjuntos de capitais:

- ▶ Renda certa, temporária, diferida um semestre, com 9 termos trimestrais antecipados constantes no valor de 500 € cada;
  - ▶ Renda certa, temporária, inteira, diferida um ano, com 7 termos anuais normais crescentes em progressão aritmética de razão igual ao primeiro termo.
-

Determine o valor do último termo da segunda renda.

**3.16.** Considere a seguinte renda: temporária, diferida de 2 semestres, com 9 termos trimestrais antecipados e crescentes em progressão aritmética de razão 10. O 1º termo tem o valor de 60 €. Calcule o valor actual desta renda, considerando uma taxa de juro anual 10% com capitalizações trimestrais.

**3.17.** Considere uma renda diferida, com 7 termos quadrimestrais, postecipados, variáveis em progressão geométrica de razão igual a 1,1 e primeiro termo no valor de 10 000 €. O valor actualizado desta renda em 1/2/2004 é 58 110,36 €.

Determine a data de vencimento do último termo desta renda, sabendo que a taxa de juro efectiva para o prazo de 8 meses é de 14,49%.

**3.18.** A empresa Psi-Fi contraiu uma dívida no valor de 11.000 €. O pagamento será efectuado, após um período de carência de 5 meses, através de 10 mensalidades postecipadas, de capital e juro, crescentes em progressão aritmética com razão de 50 €.

Sabendo que a taxa de juro anual convertível mensalmente é de 12%, determine o valor da última prestação.

**3.19.** A Sra. Benta contraiu um empréstimo no valor de 50 000 €, que vai liquidar através de 10 prestações bimestrais a variar em progressão geométrica de razão 1,05. A primeira prestação é para ser paga 6 meses após o empréstimo ter sido contraído. A taxa de juro bimestral acordada é de 1,5%.

- a) Determine o valor da primeira prestação do empréstimo inicialmente contratado.
- b) Em alternativa às prestações variáveis em progressão geométrica, considere que o pagamento do empréstimo seria efectuado através de prestações constantes (capital e juros), mantendo tudo o resto constante.

Determine o valor das prestações.

- c) Tendo por base as prestações constantes, considere que na data de vencimento da 7ª prestação bimestral e estando pagas apenas as 4 primeiras, foi acordada a reformulação do pagamento da dívida da seguinte forma:
  - ▶ Entrega de 20 000 € na data do acordo;
  - ▶ Liquidação do restante em 2 prestações constantes, bimestrais, imediatas e postecipadas de capital e juros.

Determine o valor das novas prestações.

**3.20.** A Sociedade Beta-Alfa, S.A. adquiriu um equipamento que será pago durante 4 anos, à razão de 1800,00 € por ano, ainda que os pagamentos sejam distribuídos pelos trimestres. Sabendo que a taxa nominal anual com capitalizações trimestrais é de 8,0%, calcule o valor de aquisição do equipamento:

- Se a primeira prestação for paga daqui a 3 meses e utilizando rendas fraccionadas;
- Se a primeira prestação for paga daqui a 3 meses e utilizando rendas inteiras;
- Se a primeira prestação for paga daqui a 6 meses e utilizando rendas fraccionadas;
- Se a primeira prestação for paga daqui a 6 meses e utilizando rendas inteiras.

**3.21.** Represente esquematicamente a partir de uma origem comum, os termos trimestrais das rendas cujos valores actuais figuram na expressão:

$$1000 \cdot {}_{-1}a_{-1}^{(4)} + 1000 \cdot {}_{-6}a_{-\infty}^{(4)} + 1000 \cdot {}_{-3}a_{-4}^{(4)} - 1000 \cdot {}_{-6}\ddot{a}_{-1}^{(4)} + 1000 \cdot {}_{-2}a_{-1}^{(4)}$$

Após a representação esquemática, calcule o seu valor, depois de simplificada, para a taxa anual de 6,1363%.

**3.22.** Represente esquematicamente a partir de uma origem comum, os termos trimestrais das rendas cujos valores actuais figuram na expressão:

$$800 \cdot {}_{-1}a_{-1}^{(4)} + 800 \cdot {}_{-2}a_{-1}^{(4)} + 800 \cdot {}_{-3}a_{-4}^{(4)} - 800 \cdot {}_{-6}\ddot{a}_{-1}^{(4)}$$

Após a representação esquemática, calcule o seu valor, depois de simplificada, para a taxa anual de 12,5508%.

**3.23.** Represente esquematicamente e calcule o valor actual de uma renda de termos quadrimestrais, considerando a taxa anual de 15%.

$$300 \cdot {}_{-2}a_{-1}^{(3)} + 300 \cdot {}_{-3}a_{-2}^{(3)} + 300 \cdot \ddot{a}_{-3}^{(3)} - 300 \cdot a_{-1}^{(3)} - 300 \cdot {}_{-2}\ddot{a}_{-1}^{(3)}$$

**3.24.** Represente esquematicamente e calcule o valor actual de uma renda de termos trimestrais, considerando a taxa anual de 20%.

$$\ddot{a}_{\overline{3}|}^{(4)} + {}_3|a_{\overline{2}|}^{(4)} + {}_2|a_{\overline{1}|}^{(4)} - a_{\overline{1}|}^{(4)} - {}_2|\ddot{a}_{\overline{1}|}^{(4)}$$

**3.25.** Represente esquematicamente e calcule o valor actual de uma renda de termos mensais, considerando a taxa trimestral de 3,643%.

$${}_4|a_{\overline{2}|}^{(3)} + {}_2|\ddot{a}_{\overline{3}|}^{(3)} + {}_1|a_{\overline{1}|}^{(3)} - {}_4|a_{\overline{1}|}^{(3)}$$

**3.26.** Considere as seguintes expressões de rendas, que foram definidas a partir de um mesmo ponto de referência:

- a)  $500 \cdot \ddot{a}_{\overline{5}|0,08} \times (1,08)^{-1}$
- b)  $250 \cdot {}_3|a_{\overline{2}|0,08} + 500 \cdot a_{\overline{3}|0,08} + 250 \cdot {}_3|\ddot{a}_{\overline{2}|0,08} \times (1,08)^{-1}$
- c)  $500 \cdot s_{\overline{5}|0,08} \times (1,08)^{-5}$
- d)  $500 \cdot a_{\overline{5}|0,08} \times (1,08)$

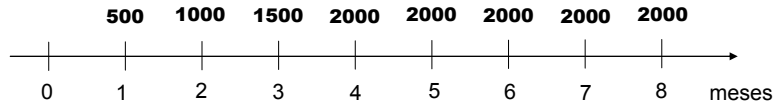
Sem resolver, identifique as expressões que são equivalentes.

**3.27.** Considere as expressões de rendas apresentadas de seguida, que foram definidas a partir de um mesmo ponto de referência. Sem resolver identifique as duas rendas que são semelhantes.

- a)  $8000 \cdot {}_5|\ddot{a}_{\overline{6}|0,05} + 8000 \cdot a_{\overline{5}|0,05}$
- b)  $8000 \cdot s_{\overline{10}|0,05} \times (1,05)^{-10}$
- c)  $8000 \cdot {}_6|a_{\overline{5}|0,05} + 8000 \cdot a_{\overline{5}|0,05}$

d)  $4000 \cdot a_{\overline{10}|0,05} + 4000 \cdot a_{\overline{10}|0,05} + 8000x(1,05)^{-6} x(1,05)$

3.28. A empresa Omeg/alfa tem um fluxo de pagamentos a efectuar, associados à obtenção dum empréstimo, similar ao que se apresenta no diagrama seguinte:



Se considerar a taxa efectiva bimestral de 6,09%, qual ou quais as expressões apresentadas abaixo que permitiriam calcular o valor actual do empréstimo ?

- a)  $V.Actual = 500 \cdot a_{\overline{8}|0,03} + 1000 \cdot 2|a_{\overline{6}|0,03} + 500 \cdot (1,03)^{-2} + 500 \cdot 3|a_{\overline{5}|0,03}$
- b)  $V.Actual = 500 \cdot (1,03)^{-1} + 1000 \cdot 1|a_{\overline{7}|0,03} + 500 \cdot a_{\overline{6}|0,03} \cdot (1,03)^{-2}$
- c)  $V.Actual = 1000 \cdot (Ia)_{\overline{2}|0,0609} + 2000 \cdot a_{\overline{4}|0,03} \cdot (1,03)^{-4} + 500 \cdot (1,03)^{-1} + 1500 \cdot (1,0609)^{-1,5}$
- d)  $V.Actual = 500 \cdot (Ia)_{\overline{4}|0,03} + 2000 \cdot a_{\overline{4}|0,03} \cdot (1,03)^{-4}$
- e)  $V.Actual = 500 \cdot (1,0609)^{-0,5} + 1000 \cdot a_{\overline{7}|0,03} + 500 \cdot a_{\overline{6}|0,03} \cdot (1,0609)^{-1} + 500 \cdot a_{\overline{5}|0,03} \cdot (1,03)^{-1,5}$
- f)  $V.Actual = 500 \cdot (Ia)_{\overline{4}|0,03} + 2000 \cdot s_{\overline{4}|0,03} \cdot (1,0609)^{-8}$

3.29. (E) Jan borrows \$30 000,00 at  $i_A^{(2)}=10\%$  for her college education and wants to repay it within 10 years by making semi-annual payments. Find the semi-annual payment.

3.30. (E) Preston is looking at a new motorcycle that sells for \$12 500,00 and decides to save the money rather than going into debt to buy it now. His goal is to have all the money in hand within 3 years. His savings account is paying  $i_A^{(12)}=4\%$ . Find his monthly deposit.

3.31. (E) A \$10 000,00 loan for 36 months at  $i_A^{(12)}=6\%$  is arranged for the customer to make payments R for the first year, 2R for the second year and 3R for the third year. Find the payments for each of the three years.

**3.32.(E)** Is it better to pay 24 000,00 € in cash or to pay 2 000,00 € per month for a year at 12 % (12)?

**3.33.(E)** Anna's car loan is costing her 500,00 € per month for five years at 5,5 % (12). Find the cash value of Anna's car.

**3.34.(E)** Find the future value of 20 quarterly payments of 2500,00 € each at  $i_Q = 3\%$ .

**3.35.(E)** Tony wants to save 50 000,00 € within the next five years. If his monthly deposits are made at the beginning of each month and if his savings is making  $i_M = 0,25\%$ , find the monthly deposit upped to the next full euros.

**3.36.(E)** Find the monthly deposit to raise 2.500 000 € by age 65 if you make the first deposit at age 45 and last at age 60. Money is worth  $i_M = 0,4\%$  compounded monthly.



### 3.11 Soluções dos Exercícios

#### 3.11.1 Escolha Múltipla

Problema	Solução	Problema	Solução
<b>3.A</b>	c)	<b>3.D</b>	b)
<b>3.B</b>	c)	<b>3.E</b>	c)
<b>3.C</b>	b)	<b>3.F</b>	b)

#### 3.11.2 Resolução Longa

Problema	Solução
<b>3.1.</b>	<p>a) Rendas: postecipada, certa, inteira, temporária, constante e imediata.</p> <p>b) Rendas: antecipada, certa, inteira, temporária, constante e diferida.</p> <p>c) Valor Actual = 113,94 mil euros</p> <p>d) Valor Acumulado = 124,59 mil euros</p>
<b>3.2.</b>	<p>a) 52 353,17 €</p> <p>b) 50 320,24 €</p> <p>c) 54 468,24 €</p> <p>d) 52 353,17€</p>

Problema		Solução
	e)	50 320,24 €
	f)	54 468,24 €
<b>3.3.</b>	a)	Valor Actual = 5386,20 €
	b)	Valor Acumulado = 7371,38 €
	c)	Valor Acumulado = 7371,38 €
	d)	Valor Acumulado = 7371,38 €
	e)	Valor Actual = 4979,84 €
<b>3.4.</b>	a)	Sim, porque as prestações são equidistantes no tempo.
	b)	Valor Actual = 13 240,02 €
	c)	Valor Acumulado = 14 320,41 €
	d)	Valor Acumulado = 14 320,41 €
<b>3.5.</b>		Valor Actual = 2403,23 €
<b>3.6.</b>		Valor Actual = 589,61 €
<b>3.7.</b>	a)	73,85 mil euros
	b)	82,27 mil euros
<b>3.8.</b>	a)	35 337,67 €
	b)	34 837,67 €
<b>3.9.</b>		$14\ 000 = 2000 \cdot \{[1-(1+i_T)^{-8}]/i_T\}(1+i_T)$
<b>3.10.</b>	a)	Prestação = 7765,16 €
	b)	Prestação = 21 330,35 €

Problema	Solução
c)	Prestação = 5726,47 €
d)	Prestação = 1982,18 €
<b>3.11.</b>	Valor da última prestação = 1883,86 €
<b>3.12.</b>	Valor da Dívida = 26 194,87 €
<b>3.13.</b>	Escolheria a hipótese C, porque: Valor Actual Hip. A = 3640,42 € Valor Actual Hip. B = 3585,48 € Valor Actual Hip. C = 2782,26 €
<b>3.14.</b>	Escolheria a hipótese 3, porque: Valor Actual Hip. 1 = 20 869,21 € Valor Actual Hip. 2 = 21 301,83 € Valor Actual Hip. 3 = 18 153,81 €
<b>3.15.</b>	C = 227,63 € O valor do último termo = 1593,42 €
<b>3.16.</b>	Valor Actual ≈ 728 €
<b>3.17.</b>	Diferimento de 3 quadrimestres. A data de vencimento do último termo é em 1/6/2007.
<b>3.18.</b>	C = 999,75 € O valor da última prestação = 1449,75 €
<b>3.19.</b>	a) C = 4467,42 € b) T = 5585,58 € c) Novos T = 6787,56 €

Problema		Solução
3.20.	a)	V. Aquisição = 6109,97 €
	b)	V. Aquisição = 6109,97 €
	c)	V. Aquisição = 5990,17 €
	d)	V. Aquisição = 5990,17 €
3.21.		Valor Actual = 15 692,95 €
3.22.		Valor Actual = 2632,72 €
3.23.		Valor Actual = 805,22 €
3.24.		Valor Actual = 2,389325
3.25.		Valor Actual = 6,12€
3.26.		Alíneas a), b) e c).
3.27.		Alíneas a) e d).
3.28.		Alíneas a), c) e d).
3.29.	(E)	R = \$2.407,28
3.30.	(E)	R = \$327,39
3.31.	(E)	R = \$155,20 2R = \$310,41 3R = \$465,61
3.32.	(E)	Is it better to pay 2 000,00 € per month Present value = 22 510,15€
3.33.	(E)	Present value = 26 178,95 €
3.34.	(E)	Future value = 67 175,94 €

Problema		Solução
3.35.	(E)	R = 896,19 €
3.36.	(E)	R = 15 354,74 €

---

## 4. Exercícios Propostos

### 1 Escolha Múltipla

**4.A.** Sabendo que o valor em dívida numa determinada data era de 340 000,00 €, e após essa data já foram pagas 34 prestações mensais de 3400,00 € cada, calcule o valor da dívida imediatamente após o pagamento da 34ª mensalidade, considerando a taxa nominal anual convertível mensalmente de 4,08%.

- a) 224 400,00 €
- b) 259 264,39 €
- c) 265 991,07 €
- d) Nenhuma das opções anteriores está correcta.

**4.B.** Uma dívida de 250 000,00 € está a ser paga através de 120 mensalidades constantes de 3 586,77 € (capital mais juros). Imediatamente após o pagamento da prestação 40, o devedor fez uma amortização de 50 000,00 €. Sabendo que a taxa anual de capitalizações mensais é de 12%, calcule o valor que ficou em dívida nessa data?

- a) 200 000,00 €
- b) 196 871,37 €
- c) 146 871,37 €
- d) Nenhuma das opções anteriores está correcta.

**4.C.** Se uma empresa contrair uma dívida de 220 000,00 €, cujo pagamento será feito através de 24 prestações trimestrais constantes (capital e juros), sendo a primeira prestação paga seis meses após o contrato. Qual o valor das prestações se a operação considerar a taxa nominal anual de capitalizações trimestrais de 7,4%?

- a) 11 646,48 €
- b) 11 434,93 €
- c) 22 150,50 €
- d) Nenhuma das opções está correcta.

**4.D.** A empresa Delta contraiu hoje um empréstimo de 100 000,00 euros cujo reembolso do capital será feito através de quatro pagamentos constantes semestrais, estando o primeiro previsto para daqui a 6 meses. Se a taxa efectiva semestral da operação for de 2,5%, e os juros forem pagos nas datas de reembolso dos capitais, tendo valores constantes, qual será o valor da primeira prestação de juros?

- a) 5950,64 €
- b) 1581,79 €
- c) 10 000,00 €
- d) Nenhuma das opções está correcta.

**4.E.** A empresa Psi-Fi, Lda. Contraiu hoje um empréstimo de 150 000,00 €, prevendo-se que o reembolso integral desse capital venha a ser feito no final do referido empréstimo, daqui a 5 anos. Contudo, ainda não está decidido se o pagamento dos juros será feito na totalidade na data de reembolso do capital ou na data do contrato (hoje). Considerando que o empréstimo foi efectuado em regime de juro composto e a taxa efectiva semestral é de 4,5%, as alternativas são pagar em juros:

- a) Hoje 53 410,85 € ou 82 945,41 € daqui a 5 anos.
- b) Hoje 82 945,41 € ou 82 945,41 € daqui a 5 anos.
- c) Hoje 82 945,85 € ou 53 410,35 € daqui a 5 anos.
- d) Nenhuma das opções está correcta.

**4.F.** Uma empresa contraiu um empréstimo cujo pagamento será feito através de prestações constantes de capital mais juros, ambos mensalmente. Em que circunstâncias é que o valor em dívida poderá aumentar?

- a) Diferimento das prestações (sem pagamento dos juros) e aumento da taxa associada à operação.
- b) Diferimento das prestações (com ou sem pagamento dos juros).
- c) Aumento da taxa de juro da operação e diferimento das prestações (havendo somente o pagamento dos juros devidos).
- d) Nenhuma das opções está correcta.

## 2. Resolução Longa

**4.1.** A empresa Lambda contraiu um empréstimo no valor de 25 000,00 euros, à taxa efectiva anual de 10,25%, a amortizar através de 6 semestralidades constantes, de capital e juros, a primeira das quais se vence 1 ano após a data do empréstimo.

Pretende-se que:

- a) Calcule o valor de cada semestralidade
- b) Elabore o quadro de amortização.

**4.2.** A empresa Psi-Delta contraiu um empréstimo no valor de 70 000,00 euros, a amortizar através de 4 semestralidades constantes, de capital e juros, considerando a taxa semestral de 5% durante o primeiro ano e 6% no segundo, vencendo-se o primeiro termo 6 meses após a data do empréstimo.

- a) Calcule o valor de cada semestralidade.
- b) Elabore o quadro de amortização.

**4.3.** A Sociedade Capa obtém um empréstimo de 50 000,00 euros, à taxa anual convertível trimestralmente de 12%, a reembolsar através de 5 prestações trimestrais constantes, de capital e juros, a primeira das quais se vence 3 meses após a concessão do empréstimo.

- a) Calcule o valor das prestações.
- b) Preencha as duas primeiras linhas do quadro de amortização.
- c) Após o vencimento da 2ª prestação a taxa de juro foi alterada para 4% ao trimestre, mantendo-se as restantes condições. Calcule as novas prestações e preencha as restantes linhas do quadro de amortizações.

**4.4.** A empresa Ómega contraiu um empréstimo no valor de 12 000,00 euros, à taxa de juro anual de 12,36%, a amortizar através de 3 prestações anuais constantes de capital, vencendo-se a primeira um ano após a data do contrato. Os juros serão pagos semestralmente, sendo feito o primeiro pagamento 6 meses após a data do contrato.

- a) Calcule os valores a pagar para amortizar o capital e as prestações de juros.
- b) Elaborar o quadro de amortização .



**4.5.** A empresa Alfa contraiu um empréstimo, à taxa de juro de 8% ao ano, a amortizar através de prestações dos seguintes pagamentos em euros, que incluem capital e juros:

- ▶ Daqui a 1 ano: 1000,00 €
  - ▶ Daqui a 2 anos: 2000,00 €
  - ▶ Daqui a 3 anos: 3000,00 €
  - ▶ Daqui a 4 anos: 4000,00 €
- a) Calcule o valor do empréstimo
  - b) Construa o respectivo quadro de amortização
  - c) Determine o valor em dívida daqui a 30 meses

**4.6.** A empresa Beta contraiu uma dívida, à taxa de juro anual com capitalizações mensais de 12%, e acordou o seu pagamento através de 9 prestações mensais constantes, de capital e juros, no valor de 200,00 euros cada, vencendo-se a primeira na data da contracção da dívida. Sabendo que não foi paga a 9ª prestação na data devida, e que devedor e credor acordaram no seu pagamento (200,00 euros acrescidos dos respectivos juros) um ano após a data da contracção da dívida, calcule:

- a) O valor inicial da dívida;
- b) O valor pago pelo devedor passado um ano.

**4.7.** Em 1/3/2002, a família Fernandes contraiu um financiamento no valor 14 000,00 euros, pelo prazo de 2 anos, a amortizar em prestações de capital e juros trimestrais constantes, vencendo-se a primeira em 1/9/2002. Os juros serão pagos trimestralmente, sendo o primeiro pagamento efectuado 3 meses após a data do contrato, à taxa de juro semestral efectiva de 8,16% no primeiro ano e de 6,09% no restante período.

Após o pagamento do valor vencido em 1/3/2003, as condições de liquidação do capital ainda em dívida foram alteradas, passando a sua liquidação a fazer-se através do pagamento de 4 semestralidades constantes, de capital e juros, a primeira das quais em 1/9/2003.

- a) Calcule o valor de cada uma das prestações inicialmente acordadas.
- b) Determine o valor do capital em dívida à data da alteração das condições.
- c) Determine o valor de cada prestação a pagar após a alteração das condições.

**4.8.** A Sr.<sup>a</sup>. Antónia contraiu um empréstimo para habitação nas seguintes condições:

- ▶ Montante: 50 000,00 euros
- ▶ Taxa de juro: 6% ao ano convertível mensalmente
- ▶ Amortização: através de prestações mensais constantes, de capital e juros
- ▶ Primeira prestação: 1 mês após o contrato
- ▶ Prazo: 20 anos

Sequencialmente, proceda aos seguintes cálculos:

- a) Calcule o valor de cada prestação.
- b) Elabore as primeiras duas linhas do quadro de amortização deste empréstimo.
- c) Logo após o pagamento da 12<sup>a</sup> prestação, a taxa de juro (nominal) foi revista e alterada para 4,5%. Nestas condições, calcule o valor de cada prestação após essa data.
- d) Imediatamente antes do pagamento da 24<sup>a</sup> prestação, o devedor realizou uma amortização extraordinária de capital no valor de 5000,00 euros. Qual o valor das prestações após essa entrega?
- e) Imediatamente antes do vencimento da 120<sup>a</sup> prestação, o devedor liquidou totalmente o valor em dívida. Calcule o valor pago nessa data.

**4.9.** A “PC Alfa”, uma empresa de importação de informática, adquiriu recentemente um armazém com recurso a um empréstimo bancário. O pagamento será feito através de 36 prestações mensais, imediatas, postecipadas e constantes (capital e juros). A taxa de juro acordada é de 0,60%/mês. Tendo por base as primeiras três linhas do quadro de amortização do empréstimo apresentado de seguida, responda às questões colocadas.

(valores em euros)

Período (anos)	Capital em dívida no início do período	Juro a pagar no final do período	Prestação	Amortização	Amortização Acumulada	Capital em dívida no fim do período
1		750,00 €				
2						
3						

- a) Preencha as três primeiras linhas do quadro de amortizações.
- b) Suponha que, logo após o pagamento da 24<sup>a</sup> prestação, a taxa de juro mensal efectiva diminuiu para 0,50%/mês. Qual o valor em dívida, imediatamente antes da alteração da taxa de juro?
- c) E qual será o valor da nova prestação mensal?

**4.10.(E)** Stephanie buys a motorbike with a 10 000,00€ trade-in and an additional 2500,00€ down payment. The balance is financed over 4 years at 6% (12).

- a) Find the payment rounded to the nearest euro.
- b) Give an amortization schedule for the first five lines of the loan.
- c) Give the 24<sup>th</sup> line of the amortization table.

### 3. Soluções dos Exercícios

#### 1. Escolha Múltipla

Problema	Solução	Problema	Solução
4.A	b)	4.D	b)
4.B	c)	4.E	a)
4.C	a)	4.F	a)

#### 2. Resolução Longa

Problema	Solução
----------	---------

4.1. a) 5171,71 €

b)

Período	Capital Dívida no início	Juros	Prestação	Amortização.	Amortizações Acumuladas	Capital Dívida no final
1	25 000,00	1 250,00	0	0,00	0	26 250,00
2	26 250,00	1 312,50	5 171,71	3 859,21	3 859,21	22 390,79
3	22 390,79	1 119,54	5 171,71	4 052,17	7 911,38	18 338,62
4	18 338,62	916,93	5 171,71	4 254,78	12 166,15	14 083,85
5	14 083,85	704,19	5 171,71	4 467,52	16 633,67	9 616,33
6	9 616,33	480,82	5 171,71	4 690,89	21 324,56	4 925,44
7	4 925,44	246,27	5 171,71	4 925,44	26 250,00	0,00

Problema	Solução
----------	---------

4.2. a) 19 873,09 €

b)

Período	Capital Dívida no início	Juros	Prestação	Amortização.	Amortizações Acumuladas	Capital Dívida no final
1	70 000,00	3500,00	19 873,09	16 373,09	16 373,09	53 626,91
2	53 626,91	2681,35	19 873,09	17 191,74	33 564,83	36 435,17
3	36 435,17	2186,11	19 873,09	17 686,98	51 251,80	18 748,20
4	18 748,20	1124,89	19 873,09	18 748,20	70 000,00	0,00

4.3. a) 10 917,73 €

b)

Período	Capital Dívida no início	Juros	Prestação	Amortização.	Amortizações Acumuladas	Capital Dívida no final
1	50 000,00	1500,00	10 917,73	9417,73	9417,73	40 582,27
2	40 582,27	1217,47	10 917,73	9700,26	19 117,99	30 882,01

c) Nova prestação = 11 128,29 €

Período	Capital Dívida no início	Juros	Prestação	Amortização.	Amortizações Acumuladas	Capital Dívida no final
3	30 882,01	1235,28	11 128,29	9893,01	29 011,00	20 989,00
4	20 989,00	839,56	11 128,29	10 288,73	39 299,72	10 700,28
5	10 700,28	428,01	11 128,29	10 700,28	50 000,00	0,00

4.4. a)

e

Período	Capital Dívida no início	Juros	Prestação	Amortização.	Amortizações Acumuladas	Capital Dívida no final
1	12 000,00	720,00	720,00	0,00	0,00	12 000,00
2	12 000,00	720,00	4 720,00	4 000,00	4 000,00	8 000,00
3	8 000,00	480,00	480,00	0,00	4 000,00	8 000,00
4	8 000,00	480,00	4 480,00	4 000,00	8 000,00	4 000,00
5	4 000,00	240,00	240,00	0,00	8 000,00	4 000,00
6	4 000,00	240,00	4 240,00	4 000,00	12 000,00	0,00

Problema	Solução
----------	---------

4.5. a) Valor do Empréstimo = 7962,23 €

Período	Capital Dívida no início	Juros	Prestação	Amortização.	Amortizações Acumuladas	Capital Dívida no final
1	7962,22	636,98	1000,00	363,02	363,02	7 599,20
2	7599,20	607,94	2000,00	1 392,06	1 755,09	6 207,13
3	6207,13	496,57	3000,00	2 503,43	4 258,52	3 703,70
b) 4	3703,70	296,30	4000,00	3 703,70	7 962,22	0,00

c) Valor em dívida = 6450,64 €

4.6. a) Valor da dívida = 1730,34 €

b) Valor pago = 208,12 €

4.7. a) Prestação 1 = 560 €

Prestações 2 a 8 = 2302,79 €

b) Valor em dívida = 8559,71 €

c) Novas prestações = 2475,35 €

4.8. a) 358,22 €

b)

Período	Capital Dívida no início	Juros	Prestação	Amortização.	Amortizações Acumuladas	Capital Dívida no final
1	50.000,00	250,00	358,22	108,22	108,22	49.891,78
2	49.891,78	249,46	358,22	108,76	216,98	49.783,02

c) Valor em dívida = 48 665,71 €

Novas prestações = 317,92 €

d) Valor em dívida = 47 324,93 €

Valor em dívida após pag<sup>to</sup> = 42 324,93 €

Novas prestações = 284,32 €

e) Valor pago = 27 718,64 €

<b>Problema</b>	<b>Solução</b>
-----------------	----------------

4.9. a)

Períodos (meses)	Capital Dívida no início	Juros	Prestação	Amortização.	Amortizações Acumuladas	Capital Dívida no final
1	125 000,00 €	750,00 €	3 871,08 €	3 121,08 €	3 121,08 €	121 878,92 €
2	121 878,92 €	731,27 €	3 871,08 €	3 139,81 €	6 260,89 €	118 739,12 €
3	118 739,12 €	712,43 €	3 871,08 €	3 158,64 €	9 419,53 €	115 580,47 €

b) Valor em dívida = 44 690,90 €

c) T = 3846,39 €

4.10.(E) a) 235 € (234,85€)

b)

Payment nº	Payment	Interest paid	Principal paid	Balance
0	-	-	-	10 000,00
1	234,85	50,00	184,85	9815,15
2	234,85	49,08	185,77	9629,38
3	234,85	48,15	186,70	9442,68
4	234,85	47,21	187,64	9255,04
5	234,85	46,27	188,58	9066,46

c) Inicial Balance = 5506,21 €

Payment = 234,85 €

Interest paid = 27,53 €

Principal paid = 207,32 €

Balance = 5298,89 €

## 5. Exercícios Propostos

### 1. Escolha Múltipla

**5.A.** No sistema financeiro,

- a) As famílias e as empresas são sempre agentes excedentários.
- b) As famílias são normalmente agentes deficitários.
- c) As empresas podem ser agentes deficitários ou excedentários.
- d) O estado é sempre um agente excedentário.

**5.B.** Relativamente às operações bancárias, é correcto afirmar que:

- a) Um depósito à ordem é uma operação activa.
- b) Um depósito a prazo é uma operação activa.
- c) Os empréstimos e os depósitos são operações activas.
- d) Nenhuma das anteriores.

**5.C.** Num contrato de *leasing* sobre uma máquina, uma das obrigações normais do locatário é:

- a) Pagar as rendas.
- b) Venda da máquina ao locador.
- c) Receber as rendas.
- d) Adquirir a máquina a locar.

**5.D.** Os possíveis intervenientes de uma letra são:

- a) O vendedor, o sacador, o comprador e o sacado.
- b) O sacador, o sacado, o tomador e o avalista.
- c) O sacador, o sacado, o tomador e o agente.
- d) Nenhuma das anteriores.



O Sr. Bonfim tem uma empresa gráfica e recebeu há pouco tempo uma letra com o valor nominal de 9560,00 € como pagamento de um trabalho feito. Ainda que a letra apenas estivesse a pagamento no dia 18 de Outubro do ano N, como o Sr. Bonfim precisava do dinheiro, foi hoje, dia 1 de Julho do ano N, descontar a letra ao Banco Ibérico. As condições de desconto (ano civil) apresentadas foram as seguintes:

- ▶ Taxa de juro anual: 4,7%;
- ▶ Comissão de cobrança: 1,0%;
- ▶ Imposto de selo: 5,25%;
- ▶ Portes: 3 euros.

Com base nestes dados, responda às questões seguintes.

**5.E.** O valor pago em imposto de selo foi de:

- a) 28,61 €
- b) 501,9 €
- c) 12,19 €
- d) Nenhuma das anteriores.

**5.F.** O valor pago em juros foi de:

- a) 449,32 €
- b) 136,64 €
- c) 134,16 €
- d) Nenhuma das anteriores.

**5.G.** O valor do Produto Líquido de Desconto de custos exclusivamente bancários (PLD') é de:

- a) 9 324,76 €
- b) 9.312,57 €
- c) 9.315,57 €
- d) Nenhuma das anteriores.

**5.H.** A TAEG desta operação tem o valor total de:

- a) 9,005%
- b) 8,737%
- c) 8,538%
- d) Nenhuma das anteriores.

## 2. Resolução Longa

### **Leasing**

**5.1.** O Sr. Ernesto fez um contrato de *leasing*, sobre uma nova máquina, com as seguintes condições:

- ▶ Preço de aquisição do equipamento 25 000,00 € (Valor do contrato);
- ▶ Prestações mensais constantes, imediatas e postecipadas;
- ▶ Prazo do contrato: 3 anos e 1 mês;
- ▶ Taxa nominal com capitalizações mensais – 14,4%;
- ▶ Valor Residual: 5% do valor do contrato;
- ▶ Pagamento do Valor Residual um mês após a última prestação.

Calcule o valor das prestações.

**5.2.** A empresa de jardinagem Alfa&Green adquiriu uma máquina de cortar relva automática pelo valor de 4500,00 €. A compra foi efectuada através de um contrato de *leasing*, tendo sido estabelecidas as seguintes condições:

- ▶ Preço de aquisição do equipamento 4500,00 € (Valor do contrato);
- ▶ Prestações trimestrais imediatas, antecipadas e constantes (excepto o 1º termo);
- ▶ Prazo do contrato: 2 anos;
- ▶ Valor da primeira prestação 15% do valor do contrato;
- ▶ Taxa nominal com capitalizações trimestrais – 14,7%;
- ▶ Valor Residual: 4% do valor do contrato;
- ▶ Pagamento do valor residual com a última prestação.

Calcule o valor das prestações.

**5.3.** Um contrato de *leasing* tem as seguintes cláusulas:

- ▶ Valor do contrato - 100 000 €;
- ▶ Prestações semestrais constantes;
- ▶ Primeira prestação daqui a 6 meses;
- ▶ Prazo do contrato: 5 anos;
- ▶ Taxa efectiva semestral – 2,3%;
- ▶ Valor Residual: 3% do valor do contrato;
- ▶ Pagamento do V. Residual com a última prestação.

Calcule o valor nominal de cada prestação.

**5.4.** O Sr. Branco fez um contrato de *leasing*, sobre uma máquina para a sua empresa de limpeza industrial. Ele pretende saber o preço de aquisição do equipamento, com base nos seguintes dados:

- ▶ Valor de entrada pago no momento do contrato = 5000,00 €;
- ▶ Prestações quadrimestrais postecipadas e constantes, no valor de 10% do valor de aquisição;
- ▶ Valor residual a pagar com a última prestação, no valor de 2000,00 €;
- ▶ Prazo do contrato: 3 anos;
- ▶ Taxa quadrimestral – 2%.

Calcule o valor de aquisição da máquina.

**5.5.** Um contrato de *leasing* tem as seguintes cláusulas:

- ▶ Valor do contrato – 40 000,00 €;
- ▶ Prestações mensais e postecipadas, tendo as 4 primeiras valor nominal igual a 60% do valor que as prestações teriam se fossem constantes; as 4 seguintes têm um valor nominal superior em 50% às primeiras; as restantes prestações têm um valor constante;
- ▶ Prazo do contrato: 12 meses;
- ▶ Taxa anual com capitalizações mensais – 7,2%;
- ▶ Valor Residual: 5% do valor do contrato;

- ▶ Pagamento do valor residual um mês após a última prestação.

Calcule o valor nominal das prestações vigentes em cada quadrimestre.

**5.6.** A empresa Take-Alfa tem uma proposta de *leasing* com opção de compra de um equipamento de compressão, com as seguintes condições:

- ▶ Entrada Inicial: 10% do valor de aquisição do equipamento;
- ▶ Pagamento através de 36 prestações mensais, a primeira das quais um mês após o contrato;
- ▶ O valor das prestações será de 100,00€ cada no 1º ano, e de 200,00€ cada durante o 2º e 3º anos;
- ▶ Valor residual de 5% do valor de aquisição, a pagar na data de vencimento da última prestação;
- ▶ Taxa de juro nominal anual de capitalizações mensais de 15% no primeiro ano e 12% nos restantes.

Calcule o valor de aquisição do equipamento.

### **Letras**

**5.7.** O Sr. Azevedo apresentou uma letra a desconto no dia 10/4/N, com a data de pagamento em 22 de Outubro do mesmo ano, no Banco CIF. Sabendo que o valor nominal da letra é de 25 000,00 €, que a taxa de juro é de 3,2% ao ano e que o Banco apresenta as seguintes condições de desconto (desconto por fora e ano civil):

- ▶ Comissão: 0,9%;
  - ▶ Imposto de selo: 5%;
  - ▶ Portes: 5,00 €..
- a) Calcule o Produto Líquido de desconto.
  - b) Qual a TAEG da operação?
  - c) Qual a TAE da operação?
  - d) Qual a taxa real da operação?

**5.8.** O Sr. João apresentou uma letra a desconto no dia 4/1/N (ano bissexto), com a data de pagamento em 6 de Maio do mesmo ano, no Banco Europa. Apenas se sabe que o valor pago pela comissão foi de 2100€. Sabendo que a taxa de juro é de 4,2% ao ano e que o Banco apresenta as seguintes condições de desconto (desconto por fora e ano civil):

- ▶ Comissão: 1,4%;
  - ▶ Imposto de selo: 6%;
  - ▶ Portes: 5,00 €..
- a) Calcule o valor nominal da letra.
  - b) Calcule o Produto Líquido de Desconto.
  - c) Qual a TAE da operação?

**5.9.** A empresa Lis/Delta apresentou uma letra para descontar em 2/1/N, com a data de pagamento em 23 de Junho do mesmo ano, no Banco Ibérico. O valor creditado na conta da Lis/Delta Sr. Gaspar ( utilizando o desconto por fora e ano civil) foi de 265 850,00 €. Sabendo que a taxa de juro é de 5,6% ao ano e que o Banco cobra os seguintes valores:

- ▶ Portes: 3,5 €;
  - ▶ Imposto de selo: 4%;
  - ▶ Comissão: 3 por mil.
- a) Calcule o valor facial da letra.
  - b) Qual a taxa real da operação?
  - c) Qual a TAEG da operação?
  - d) Qual a TAE da Operação?

**5.10.** Considere que foi efectuada a reforma da letra apresentada no exercício anterior. As condições da reforma são as seguintes:

- ▶ Amortização de 50% do valor em dívida;
- ▶ Novo saque a 120 dias;
- ▶ Selagem da nova letra (emissão - E): 0,5%;
- ▶ Taxa de Juro: 6,0%;
- ▶ Comissão de cobrança: 0,4%;
- ▶ Imposto de selo: 5,0%;

- ▶ Outros Encargos: 2,5 €.

Calcule o valor nominal da nova letra, se a mesma incluir o custo de emissão e as despesas de desconto da nova letra.

**5.11.** A D<sup>a</sup> Sofia adquiriu um automóvel no Stand AutÓmega, no valor de 30 000,00 € nas seguintes condições:

- ▶ Pagamento de 20% no acto da compra;
- ▶ Titulação do restante valor através do aceite de 3 letras, de igual valor nominal, com os prazos de 90, 180 e 270 dias após a data da compra;

O credor propôs ao Banco X o desconto das 3 letras, suportando todos os encargos seguintes inerentes à operação de desconto:

- ▶ Taxa de desconto: 14%;
- ▶ Comissão de cobrança: 5%;
- ▶ Imposto do selo: 4%;
- ▶ Portes: 5,00 €.

Determine o produto líquido do desconto.

**5.12.** A empresa Bet'Alfa dirigiu-se, no dia 12/03/N, ao Banco Nacional para descontar uma letra, de valor nominal 10 000,00 € e com vencimento em 6/06/N.

O Banco cobra os seguintes encargos no desconto de letras:

- ▶ Taxa de juro nominal anual: 14%;
- ▶ Comissão de cobrança: 2%;
- ▶ Imposto de selo: 4%;
- ▶ Portes: 5,00 €.

- Calcule o produto líquido do desconto da letra.
- Determine a TAEG
- Determine a TAE
- Determine a taxa real
- O Banco propôs à empresa, como alternativa ao desconto da letra, um empréstimo no valor de 10 000,00 €, a liquidar na data de vencimento da letra acrescido de juros calculados, em juro composto, à taxa anual efectiva de 15% (sem encargos adicionais). Deverá a empresa aceitar esta proposta? Justifique.

**5.13.** Considere que foi efectuada a reforma da letra apresentada no exercício 5.11. As condições da reforma são as seguintes:

- ▶ Amortização de 25% do valor em dívida;
  - ▶ Novo saque a 180 dias;
  - ▶ Selagem da nova letra (emissão - E): 0,4%;
  - ▶ Taxa de Juro: 12,5%;
  - ▶ Comissão de cobrança: 0,25%;
  - ▶ Imposto de selo: 4,0%;
  - ▶ Portes: 5,00 €.
- a) Calcule o valor nominal da nova letra, se a mesma incluir o custo de emissão e as despesas de desconto da nova letra;
- b) Alternativamente, calcule o valor nominal da nova letra se o custo de emissão e as despesas de desconto forem liquidadas no momento da reforma.

**5.14.** O Sr. Agostinho adquiriu uma mota no valor de 6000,00 €. Como pagamento entregou 1000,00 € e, pelo valor restante, aceitou 2 letras de igual valor nominal com vencimentos a 90 e 180 dias.

As condições praticadas pelo Banco para desconto de letras são as seguintes:

- ▶ Taxa de juro: 17% ao ano;
  - ▶ Comissão de cobrança: 3‰;
  - ▶ Imposto do selo: 4%;
  - ▶ Portes: 6,00 €.
- a) Determine o valor a receber pelo vendedor se descontar as letras de imediato.
- b) Escreva a expressão numérica que permite calcular a TAEG.
- c) Escreva a expressão numérica que permite calcular a TAE.
- d) Escreva a expressão numérica que permite calcular a taxa real.

**5.15.** Uma empresa comprou uma máquina no valor de 20 000,00 € nas seguintes condições:

- ▶ Pagamento de 10% no acto da compra;
- ▶ Aceite de 3 letras, de igual valor nominal, a 60, 90 e 120 dias.

O credor pretende descontar de imediato essas letras no Banco Luso, nas condições seguintes:

- ▶ Taxa de desconto: 12%;
  - ▶ Comissão de cobrança: 4‰;
  - ▶ Imposto do selo: 4%;
  - ▶ Portes: 3,00 €.
- a) Determine o valor nominal de cada letra, de modo a que o vendedor receba, de imediato, o valor da máquina vendida.
  - b) Determine o total dos encargos suportados no desconto.
  - c) Escreva a expressão numérica que permite calcular a TAEG.
  - d) Escreva a expressão numérica que permite calcular a TAE.
  - e) Escreva a expressão numérica que permite calcular a taxa real.

**5.16.** Considere que foi efectuada a reforma da última letra apresentada no exercício 5.15 (a que tinha um prazo de 120 dias). As condições da reforma são as seguintes:

- ▶ Amortização de 2224,70 €;
  - ▶ Novo saque a 120 dias;
  - ▶ Selagem da nova letra (emissão - E): 0,4%;
  - ▶ Taxa de Juro: 10,0%;
  - ▶ Comissão de cobrança: 0,4%;
  - ▶ Imposto de selo: 5,0%;
  - ▶ Portes: 8,00 €.
- a) Calcule o valor nominal da nova letra, se a mesma incluir o custo de emissão e as despesas de desconto da nova letra;
  - b) Alternativamente, calcule o valor nominal da nova letra se o custo de emissão e as despesas de desconto forem liquidadas no momento da reforma.



### 3. Soluções dos Exercícios

#### i. Escolha Múltipla

Problema	Solução	Problema	Solução
5.A.	c)	5.E.	c)
5.B.	d)	5.F.	b)
5.C.	a)	5.G.	a)
5.D.	b)	5.H.	a)

#### ii. Resolução Longa

Problema	Solução
5.1.	831,67 €
5.2.	606,63 €
5.3.	11 037,87 €
5.4.	36 313,22 €
5.5.	1ª a 4ª prestações = 1982,69 € 5ª a 8ª prestações = 2974,03 € 9ª a 12ª prestações = 5029,53 €
5.6.	V. Aq. = 5505,53 €

Problema	Solução
<b>5.7.</b>	a) PLD = 24 305,38 €
	b) $i_{TAE} = 5,3595\%$
	c) $i_{TAE} = 5,09625\%$
	d) $i_{REAL} = 5,295\%$
<b>5.8.</b>	a) $V_n = 150\,000,00\ €$
	b) PLD = 145 482,02 €
	c) $i_{TAE} = 8,7824\%$
<b>5.9.</b>	a) $V_n = 274\,325,70\ €$
	b) $i_{REAL} = 6,6878\%$
	c) $i_{TAE} = 6,8049\%$
	d) $i_{TAE} = 6,5308\%$
<b>5.10.</b>	$V_n = 141\,445,13$
<b>5.11.</b>	PLD = 22 117,78 €
<b>5.12.</b>	a) PLD = 9 623,17 €
	b) $i_{TAE} = 17,27\%$
	c) $i_{TAE} = 16,55\%$
	d) $i_{REAL} = 16,24\%$
	e) $17,27\% > 15\%$
	Logo, deve aceitar a proposta do empréstimo porque é mais barato

Problema	Solução
5.13. a)	8082,25 €
b)	7500,00 €
5.14. a)	PLD = 4640,60 €
b)	$4640,60 = 2500,00 * (1+i_{TAE})^{(-92/365)} + 2500,00 * (1+i_{TAE})^{(-182/365)}$
c)	$4653,96 = 2500,00 * (1+i_{TAE})^{(-92/365)} + 2500,00 * (1+i_{TAE})^{(-182/365)}$
d)	$4640,6 = 2500,00 / (1+92/365 * i_{REAL}) + 2500,00 / (1+182/365 * i_{REAL})$
5.15. a)	Vn = 6224,70 €
b)	Total Encargos = 674,11 €
c)	$18\ 000,00 = 6224,70 [ (1+i_{TAE})^{(-62/365)} + (1+i_{TAE})^{(-92/365)} + (1+i_{TAE})^{(-122/365)} ]$
d)	$18\ 025,57 = 6224,70 [ (1+i_{TAE})^{(-62/365)} + (1+i_{TAE})^{(-92/365)} + (1+i_{TAE})^{(-122/365)} ]$
e)	$18\ 000,00 = 6224,70 / (1+62/365 * i_{REAL}) + 6224,70 / (1+92/365 * i_{REAL}) + 6224,70 / (1+122/365 * i_{REAL})$
5.16. a)	4189,38 €
b)	4000,00 €



## 6. Exercícios Propostos

### 1. Escolha Múltipla

A Sociedade Beta-Delta, S.A. emitiu um empréstimo obrigacionista com a seguinte ficha técnica:

▶ Data de emissão:	01/07/N
▶ N° de obrigações emitidas:	600 000
▶ Valor nominal:	15,00 €
▶ Valor de emissão:	14,00 €
▶ Prazo do empréstimo:	7 anos
▶ Taxa de juro anual nominal ( $i_A^{(2)}$ ):	8%
▶ Pagamento de juros:	semestrais
▶ Primeiro pagamento de juros:	6 meses após a emissão
▶ Reembolsos anuais constantes:	Pelo valor nominal
▶ Data do primeiro reembolso de capital:	2 anos após a emissão

Considerando estes dados, responda às questões seguintes.

**6.A.** O valor global do empréstimo é de:

- a) 9 000 000,00 €
- b) 8 400 000,00 €
- c) 600 000,00 €
- d) Nenhuma das opções anteriores.

**6.B.** O valor a reembolsar em cada período será de:

- a) 1 400 000,00 €
- b) 1 500 000,00 €
- c) 1 560 000,00 €
- d) Nenhuma das opções anteriores.

**6.C.** A esperança de vida das obrigações deste empréstimo, à data de emissão, será de:

- a) 4,5 anos
- b) 3,5 anos
- c) 7,0 anos
- d) Nenhuma das opções anteriores.

**6.D.** O valor a pagar de juros no dia 01/01/N+3 será de:

- a) 360 000,00 €
- b) 300 000,00 €
- c) 280 000,00 €
- d) Nenhuma das opções anteriores.

**6.E.** Em 01/07/N+5, o valor a pagar (reembolso + juros) será:

- a) 1 860 000,00 €
- b) 1 668 000,00 €
- c) 1 680 000,00 €
- d) Nenhuma das opções anteriores.

**6.F.** No dia 01/10/N+3, a esperança de vida das obrigações deste empréstimo será de:

- a) 4,5 anos
- b) 2 anos e 3 meses
- c) 3 anos e 3 meses
- d) Nenhuma das opções anteriores.

## 2. Resolução Longa

**6.1.** A Sociedade Delta, S.A. emitiu um empréstimo obrigacionista com as seguintes características:

▶ Data de emissão:	01 de Janeiro do ano N
▶ N° de obrigações emitidas:	300 000
▶ Valor nominal:	10,00 €
▶ Valor de emissão:	Ao par
▶ Prazo do empréstimo:	5 anos
▶ Taxa de juro anual dos cupões:	10%
▶ Pagamento de juros:	Anuais e postecipados
▶ Primeiro pagamento de juros:	1 ano após a emissão
▶ Reembolsos anuais constantes:	Pelo valor nominal
▶ Data do primeiro reembolso de capital:	1 ano após a emissão

Calcule:

- O valor global do empréstimo.
- O nº de obrigações a amortizar em cada período.
- O valor a reembolsar em cada período.
- O valor dos juros a pagar pela empresa em cada ano.
- Elabore o quadro de amortização do empréstimo.
- Na data de emissão das obrigações, qual a vida mínima, a vida máxima e a esperança de vida das obrigações.

**6.2.** A Empresa Ómega, S.A. emitiu um empréstimo obrigacionista com a seguinte ficha técnica:

▶ N° de obrigações emitidas:	500 000
▶ Valor nominal:	5,00 €
▶ Valor de emissão:	Ao par

- ▶ Prazo do empréstimo: 6 anos
- ▶ Taxa de juro semestral dos cupões: 4%
- ▶ Pagamento de juros: semestrais e postecipados
- ▶ Primeiro pagamento de juros: 6 meses após a emissão
- ▶ Reembolsos anuais constantes: Pelo valor nominal
- ▶ Data do primeiro reembolso de capital: 2 anos após a emissão

- a) Tendo por base os dados anteriores, elabore o quadro de amortização.
- b) Considere, em alternativa, que os reembolsos não serão efectuados pelo valor nominal mas antes acima do par. Se, no primeiro reembolso, a empresa pagasse um prémio de 0,15 euros por obrigação e, nos restantes, esse valor crescesse à razão de 0,1 euros por obrigação, como seria o novo quadro de amortização?

**6.3.** A Fi & Psi, S.A. emitiu um empréstimo obrigacionista representado por 600 000 obrigações, cujo valor nominal se fixava em 10,00 €. As condições do referido empréstimo podem ser resumidas da seguinte forma:

- ▶ Valor de emissão: Ao par
- ▶ Pagamento de juros: anuais e postecipados
- ▶ Primeiro pagamento de juros: 1 ano após a emissão
- ▶ Taxa de anual efectiva dos cupões: 7,5%
- ▶ Reembolsos anuais crescentes: 1º Reembolso: 150 000 obrigações  
2º Reembolso: 200 000 obrigações  
3º Reembolso: 250 000 obrigações
- ▶ Primeiro reembolso de capital: 2 anos após a emissão
- ▶ Prémio de reembolso: 0,50 € (em todos os reembolsos)

- a) Tendo por base os dados anteriores, elabore o respectivo quadro de amortização.
- b) Qual a vida mínima, a vida máxima e a esperança de vida das obrigações desta emissão?
- c) Elabore o novo quadro de amortização, considerando, em alternativa, reembolsos constantes e mantendo as restantes condições inalteradas.



**6.4.** A Sociedade Alfa, S.A. emitiu um empréstimo obrigacionista com a seguinte ficha técnica:

▶ Data de emissão:	01 de Março do ano N
▶ N° de obrigações emitidas:	250 000
▶ Valor nominal:	10,00 €
▶ Valor de emissão:	Ao par
▶ Prazo do empréstimo:	5 anos
▶ Taxa de juro anual dos cupões:	8,00%
▶ Pagamento de juros:	anuais
▶ Primeiro pagamento de juros:	1 ano após a emissão
▶ Reembolsos anuais:	Por redução do valor nominal
▶ N° de Reembolsos:	4
▶ Data do primeiro reembolso de capital:	2 anos após a emissão

Calcule:

- O valor global do empréstimo.
- O valor a reembolsar em cada período.
- O valor dos juros a pagar pela empresa em cada ano.
- Elabore o quadro de amortização do empréstimo.

**6.5.** A Empresa Alfa&Beta emitiu um empréstimo obrigacionista com a seguinte ficha técnica:

▶ Data de emissão:	01/01/N
▶ N° de obrigações emitidas:	250 000
▶ Valor nominal:	15,00 €
▶ Valor de emissão:	Ao par
▶ Prazo do empréstimo:	7 anos
▶ Taxa de juro anual dos cupões:	8%
▶ Pagamento de juros:	Anuais e postecipados
▶ Primeiro pagamento de juros:	1 ano após a emissão

▶ Modalidade de reembolso do capital:	Reembolsos anuais constantes
▶ Data do primeiro reembolso de capital:	3 anos após a emissão
▶ Prémios de reembolso	1,00 € (primeiros 2 reembolsos) 2,00 € (restantes reembolsos)

A partir dos dados apresentados, calcule:

- O valor global do empréstimo;
- O nº de obrigações a amortizar em cada período;
- O valor a reembolsar em cada período;
- O valor dos juros a pagar pela empresa em cada ano;
- O valor dos prémios de reembolso para cada data de reembolso;
- Elabore o quadro de amortização do empréstimo.

**6.6.** Tendo por base os dados da emissão obrigacionista apresentados no exercício 6.5, calcule os seguintes dados relativos à esperança de vidas das obrigações:

- Na data de emissão das obrigações, qual a vida mínima, a vida máxima e a esperança de vida dessa emissão.
- Qual a vida mínima, a vida máxima e esperança de vida das obrigações no dia 01/01/N+2;
- Qual a esperança de vida das obrigações no dia 01/07/N+4.

**6.7.** Tomando, novamente, o exercício 6.5 como base, considere que o Sr. Albino quer adquirir, em 01/07/N+3, 1000 obrigações do último lote. Se o Sr. Albino quiser ter uma taxa de rendimento anual de 9,5% com este investimento, determine:

- O valor global que deverá pagar pelas 1000 obrigações;
- O valor unitário a pagar por cada obrigação.

**6.8.** A empresa Eta/Zeta, S.A. emitiu um empréstimo obrigacionista com as seguintes características (ficha técnica):

▶ Data de emissão:	01/07/N
▶ Número de obrigações emitidas ( $N_0$ )	500 000
▶ Valor de emissão	10,00 €
▶ Valor nominal de cada obrigação ( $V_n$ )	10,00 €
▶ Maturidade (prazo) do empréstimo	5 anos
▶ Reembolsos anuais constantes	pelo valor nominal
▶ Data do primeiro reembolso	1 ano após emissão
▶ Taxa de juro semestral constante ( $i_s$ )	5%
▶ Pagamento de juros:	semestrais
▶ Data do primeiro pagamento de juros:	6 meses após emissão

Calcule e preencha os valores do quadro de amortização.

**6.9.** Considerando o exercício 6.8, responda às seguintes questões:

- Qual a expressão que possibilita calcular a taxa anual efectiva de rendimento dum investidor que tenha comprado 500 obrigações na data de emissão e que as tenha vendido no dia 01/01/N+3, imediatamente após o recebimento do cupão, por 4915,00 €?
- Qual a expressão que possibilita calcular a taxa anual efectiva de rendimento dum investidor que tenha comprado 300 obrigações por 2900,00 €, em 01/01/N+4 (imediatamente antes do pagamento do juro), e que as mantenha até ao final do empréstimo?
- O Sr. Adalberto comprou 150 obrigações na data de emissão e vendeu-as 4 anos depois, imediatamente após o recebimento dos juros, tendo ganho uma taxa de rendimento efectiva anual de 5,78%. Qual o valor pelo qual o Sr. Adalberto vendeu as obrigações?
- A D<sup>a</sup> Margarida pretende adquirir, em 01/01/N+2 e após o pagamento dos juros, um conjunto de 300 destas obrigações, tendo como objectivo uma taxa de rendimento efectiva semestral efectiva de 6,2%. Se o plano de reembolso associado àquele conjunto de obrigações for: 50 obrigações no segundo lote, 150 obrigações no quarto lote e 100 obrigações no último lote, quando deverá a D<sup>a</sup> Margarida pagar pelas suas obrigações?

**6.10.** Em 01/01/N, a Delta, S.A. emitiu, acima do par, 100 000 obrigações com o valor nominal de 40 euros e com uma taxa de juro de 6% ao ano. Os juros, pagáveis anualmente, venceram-se pela primeira vez um ano após a data de emissão. As obrigações serão reembolsadas de uma só vez, passados 5 anos, com um prémio de reembolso de 2,50 euros por obrigação.

A taxa efectiva de uma obrigação adquirida na emissão e mantida até ao final do empréstimo é de 5,647% ao ano.

- a) Determine o valor de emissão de cada obrigação.
- b) Elabore o quadro de amortização do empréstimo.
- c) Se o prémio de reembolso passasse a ser de 5,00 € por obrigação, qual a expressão que permite calcular a taxa efectiva anual de custo para a entidade emitente?
- d) O Sr. António comprou 100 destas obrigações na data de emissão e vendeu-as 3 anos depois, imediatamente após o recebimento do respectivo juro, obtendo uma taxa de rendimento de 7,066% ao ano. Determine o valor pelo qual o Sr. António vendeu as 100 obrigações.

**6.11.(E)** What is the value of a 1000 € zero coupon bond maturing in 5 years if the investor requires a 10% (2) return?

**6.12.(E)** A 1000 €, 5 % bond matures in 10 years. What would an investor who desires a 5 %(2) yield bid for the bond?

### 3. Soluções dos Exercícios

#### i. Escolha Múltipla

Problema	Solução	Problema	Solução
6.A	a)	6.D	b)
6.B	b)	6.E	c)
6.C	a)	6.F	b)

#### ii. Resolução Longa

Problema	Solução																																										
6.1. a)	3 000 000,00 €																																										
b)	60 000 obrigações																																										
c)	$m_1=m_2= m_3=m_4= m_5=m=600\ 000,00\ €$																																										
d)	$j_1 = 300\ 000,00\ €; j_2= 240\ 000,00\ €; j_3 = 180\ 000,00\ €$ $j_4 = 120\ 000,00\ €; j_5 = 60\ 000,00\ €$																																										
e)	<table border="1"> <thead> <tr> <th>k</th> <th><math>C_{k-1}</math></th> <th><math>j_k</math></th> <th><math>N_k</math></th> <th><math>m_k</math></th> <th><math>T_k</math></th> <th><math>M_k</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>3 000 000,00</td> <td>300 000,00</td> <td>60 000</td> <td>600 000,00</td> <td>900 000,00</td> <td>600 000,00</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>2 400 000,00</td> <td>240 000,00</td> <td>60 000</td> <td>600 000,00</td> <td>840 000,00</td> <td>1 200 000,00</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>1 800 000,00</td> <td>180 000,00</td> <td>60 000</td> <td>600 000,00</td> <td>780 000,00</td> <td>1 800 000,00</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>1 200 000,00</td> <td>120 000,00</td> <td>60 000</td> <td>600 000,00</td> <td>720 000,00</td> <td>2 400 000,00</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>600 000,00</td> <td>60 000,00</td> <td>60 000</td> <td>600 000,00</td> <td>660 000,00</td> <td>3 000 000,00</td> </tr> </tbody> </table>	k	$C_{k-1}$	$j_k$	$N_k$	$m_k$	$T_k$	$M_k$	1	3 000 000,00	300 000,00	60 000	600 000,00	900 000,00	600 000,00	2	2 400 000,00	240 000,00	60 000	600 000,00	840 000,00	1 200 000,00	3	1 800 000,00	180 000,00	60 000	600 000,00	780 000,00	1 800 000,00	4	1 200 000,00	120 000,00	60 000	600 000,00	720 000,00	2 400 000,00	5	600 000,00	60 000,00	60 000	600 000,00	660 000,00	3 000 000,00
k	$C_{k-1}$	$j_k$	$N_k$	$m_k$	$T_k$	$M_k$																																					
1	3 000 000,00	300 000,00	60 000	600 000,00	900 000,00	600 000,00																																					
2	2 400 000,00	240 000,00	60 000	600 000,00	840 000,00	1 200 000,00																																					
3	1 800 000,00	180 000,00	60 000	600 000,00	780 000,00	1 800 000,00																																					
4	1 200 000,00	120 000,00	60 000	600 000,00	720 000,00	2 400 000,00																																					
5	600 000,00	60 000,00	60 000	600 000,00	660 000,00	3 000 000,00																																					
f)	$V_m = 1$ anos; $V_M = 5$ anos; $E_v = 3$ anos																																										

<b>Problema</b>	<b>Solução</b>
-----------------	----------------

**6.2. a)**

k	$C_{k-1}$	$j_k$	$N_k$	$m_k$	$T_k$	$M_k$
1	2 500 000,00	100 000,00	-	-	100 000,00	-
2	2 500 000,00	100 000,00	-	-	100 000,00	-
3	2 500 000,00	100 000,00	-	-	100 000,00	-
4	2 500 000,00	100 000,00	100 000,00	500 000,00	600 000,00	500 000,00
5	2 000 000,00	80 000,00	-	-	80 000,00	500 000,00
6	2 000 000,00	80 000,00	100 000,00	500 000,00	580 000,00	1 000 000,00
7	1 500 000,00	60 000,00	-	-	60 000,00	1 000 000,00
8	1 500 000,00	60 000,00	100 000,00	500 000,00	560 000,00	1 500 000,00
9	1 000 000,00	40 000,00	-	-	40 000,00	1 500 000,00
10	1 000 000,00	40 000,00	100 000,00	500 000,00	540 000,00	2 000 000,00
11	500 000,00	20 000,00	-	-	20 000,00	2 000 000,00
12	500 000,00	20 000,00	100 000,00	500 000,00	520 000,00	2 500 000,00

**b)**

k	$C_{k-1}$	$j_k$	$N_k$	$m_k$	$P_k$	$T_k$	$M_k$
1	2 500 000,00	100 000,00	-	-	-	100 000,00	-
2	2 500 000,00	100 000,00	-	-	-	100 000,00	-
3	2 500 000,00	100 000,00	-	-	-	100 000,00	-
4	2 500 000,00	100 000,00	100 000,00	500 000,00	15 000,00	615 000,00	500 000,00
5	2 000 000,00	80 000,00	-	-	-	80 000,00	500 000,00
6	2 000 000,00	80 000,00	100 000,00	500 000,00	25 000,00	605 000,00	1 000 000,00
7	1 500 000,00	60 000,00	-	-	-	60 000,00	1 000 000,00
8	1 500 000,00	60 000,00	100 000,00	500 000,00	35 000,00	595 000,00	1 500 000,00
9	1 000 000,00	40 000,00	-	-	-	40 000,00	1 500 000,00
10	1 000 000,00	40 000,00	100 000,00	500 000,00	45 000,00	585 000,00	2 000 000,00
11	500 000,00	20 000,00	-	-	-	20 000,00	2 000 000,00
12	500 000,00	20 000,00	100 000,00	500 000,00	55 000,00	575 000,00	2 500 000,00

**6.3. a)**

k	$C_{k-1}$	$j_k$	$N_k$	$m_k$	$P_k$	$T_k$	$M_k$
1	6 000 000,00	450 000,00	-	-	-	450 000,00	-
2	6 000 000,00	450 000,00	150 000,00	1 500 000,00	75 000,00	2 025 000,00	1 500 000,00
3	4 500 000,00	337 500,00	200 000,00	2 000 000,00	100 000,00	2 437 500,00	3 500 000,00
4	2 500 000,00	187 500,00	250 000,00	2 500 000,00	125 000,00	2 812 500,00	6 000 000,00

Problema	Solução
----------	---------

b)  $V_m = 2$  anos;  $V_M = 4$  anos;  $E_v = 3$  anos e 2 meses

c)

k	$C_{k-1}$	$j_k$	$N_k$	$m_k$	$P_k$	$T_k$	$M_k$
1	6 000 000,00	450 000,00	-	-	-	450 000,00	-
2	6 000 000,00	450 000,00	200 000,00	2 000 000,00	100 000,00	2 550 000,00	2 000 000,00
3	4 000 000,00	300 000,00	200 000,00	2 000 000,00	100 000,00	2 400 000,00	4 000 000,00
4	2 000 000,00	150 000,00	200 000,00	2 000 000,00	100 000,00	2 250 000,00	6 000 000,00

6.4. a) 2 500 000,00 €

b) 625 000,00 €

c)  $j_1 = j_2 = 200\,000,00$  €;  $j_3 = 150\,000,00$  €;  
 $j_4 = 100\,000,00$  €;  $j_5 = 50\,000,00$  €

d)

k	$C_{k-1}$	$j_k$	$m_k$	$T_k$	$M_k$
1	2 500 000,00	200 000,00	-	200 000,00	-
2	2 500 000,00	200 000,00	625 000,00	825 000,00	625 000,00
3	1 875 000,00	150 000,00	625 000,00	775 000,00	1 250 000,00
4	1 250 000,00	100 000,00	625 000,00	725 000,00	1 875 000,00
5	625 000,00	50 000,00	625 000,00	675 000,00	2 500 000,00

6.5. a) 3 750 000,00 €

b) 50 000 obrigações

c)  $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = m = 750\,000,00$  €

d)  $j_1 = j_2 = j_3 = 300\,000,00$  €;  $j_4 = 240\,000,00$  €;  
 $j_5 = 180\,000,00$  €;  $j_6 = 120\,000,00$  €;  $j_7 = 60\,000,00$  €

e)  $P_1 = P_2 = 50\,000,00$  €;  
 $P_3 = P_4 = P_5 = 100\,000,00$  €

Problema	Solução
----------	---------

f)

k	$C_{k-1}$	$j_k$	$N_k$	$m_k$	$P_k$	$T_k$	$M_k$
1	3 750 000,00	300 000,00	-	-	-	300 000,00	-
2	3 750 000,00	300 000,00	-	-	-	300 000,00	-
3	3 750 000,00	300 000,00	50 000	750 000,00	50 000,00	1 100 000,00	750 000,00
4	3 000 000,00	240 000,00	50 000	750 000,00	50 000,00	940 000,00	1 500 000,00
5	2 250 000,00	180 000,00	50 000	750 000,00	100 000,00	1 030 000,00	2 250 000,00
6	1 500 000,00	120 000,00	50 000	750 000,00	100 000,00	970 000,00	3 000 000,00
7	750 000,00	60 000,00	50 000	750 000,00	100 000,00	910 000,00	3 750 000,00

6.6. a)  $V_m = 3$  anos;  $V_M = 7$  anos;  $E_v = 5$  anos

b)  $V_m = 1$  ano;  $V_M = 5$  anos;  $E_v = 3$  anos

c)  $E_v = 1,5$  anos

6.7. a) 16 397,59 €

b) 16,40 €

6.8.

k	$C_{k-1}$	$j_k$	$N_k$	$m_k$	$T_k$	$M_k$
1	5 000 000,00	250 000,00	-	-	250 000,00	-
2	5 000 000,00	250 000,00	100 000	1 000 000,00	1 250 000,00	1 000 000,00
3	4 000 000,00	200 000,00	-	-	200 000,00	1 000 000,00
4	4 000 000,00	200 000,00	100 000	1 000 000,00	1 200 000,00	2 000 000,00
5	3 000 000,00	150 000,00	-	-	150 000,00	2 000 000,00
6	3 000 000,00	150 000,00	100 000	1 000 000,00	1 150 000,00	3 000 000,00
7	2 000 000,00	100 000,00	-	-	100 000,00	3 000 000,00
8	2 000 000,00	100 000,00	100 000	1 000 000,00	1 100 000,00	4 000 000,00
9	1 000 000,00	50 000,00	-	-	50 000,00	4 000 000,00
10	1 000 000,00	50 000,00	100 000	1 000 000,00	1 050 000,00	5 000 000,00

6.9. a)  $5000,00 = 250,00 \cdot a_{\overline{5}|i_s} + 4915,00 \cdot (1+i_s')^{-5}$   
 [aprox.  $i_s' = 4,69\%$  e  $i_A' = 9,60\%$ ]



Problema	Solução																																																
b)	$2900,00 = 150,00 \cdot a_{\overline{4} i_S} + 3000,00 \cdot (1+i_S')^{-3}$ <p>[aprox. <math>i_S' = 8,2481\%</math> e <math>i_A' = 17,1765\%</math>]</p>																																																
c)	1214,67 €																																																
d)	2852,42 €																																																
<hr/>																																																	
6.10. a)	42,50 €																																																
b)	<table border="1"> <thead> <tr> <th>k</th> <th><math>C_{k-1}</math></th> <th><math>j_k</math></th> <th><math>N_k</math></th> <th><math>m_k</math></th> <th><math>P_k</math></th> <th><math>T_k</math></th> <th><math>M_k</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>4 000 000,00</td> <td>240 000,00</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>240 000,00</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>4 000 000,00</td> <td>240 000,00</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>240 000,00</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>4 000 000,00</td> <td>240 000,00</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>240 000,00</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>4 000 000,00</td> <td>240 000,00</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>240 000,00</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>4 000 000,00</td> <td>240 000,00</td> <td>500 000</td> <td>4 000 000,00</td> <td>250 000,00</td> <td>4 490 000,00</td> <td>4 000 000,00</td> </tr> </tbody> </table>	k	$C_{k-1}$	$j_k$	$N_k$	$m_k$	$P_k$	$T_k$	$M_k$	1	4 000 000,00	240 000,00	-	-	-	240 000,00	-	2	4 000 000,00	240 000,00	-	-	-	240 000,00	-	3	4 000 000,00	240 000,00	-	-	-	240 000,00	-	4	4 000 000,00	240 000,00	-	-	-	240 000,00	-	5	4 000 000,00	240 000,00	500 000	4 000 000,00	250 000,00	4 490 000,00	4 000 000,00
k	$C_{k-1}$	$j_k$	$N_k$	$m_k$	$P_k$	$T_k$	$M_k$																																										
1	4 000 000,00	240 000,00	-	-	-	240 000,00	-																																										
2	4 000 000,00	240 000,00	-	-	-	240 000,00	-																																										
3	4 000 000,00	240 000,00	-	-	-	240 000,00	-																																										
4	4 000 000,00	240 000,00	-	-	-	240 000,00	-																																										
5	4 000 000,00	240 000,00	500 000	4 000 000,00	250 000,00	4 490 000,00	4 000 000,00																																										
c)	$4\,250\,000,00 = 240\,000,00 \cdot a_{\overline{5} i_A'} + 4\,500\,000,00 \cdot (1+i_A')^{-5}$ <p>[aprox. <math>i_A' = 6,6766\%</math>]</p>																																																
d)	4444,00 €																																																
<hr/>																																																	
6.11. (E)	613,91 €																																																
<hr/>																																																	
6.12. (E)	995,19 €																																																
<hr/>																																																	



